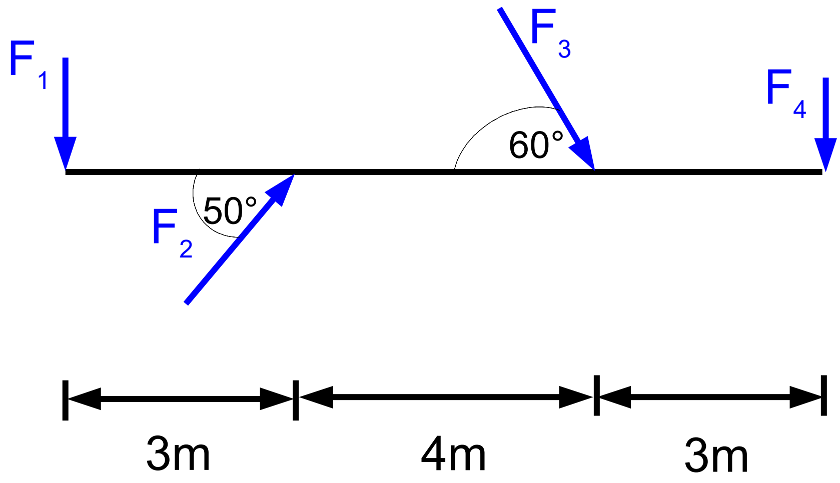
Webinar: Statik
Thema: Seileckverfahren – Zeichnerische Bestimmung der Resultierenden

Aufgabe zum Seileckverfahren



Gegeben:

$F_1 = 300$ kN
$F_2 = 450$ kN
$F_3 = 500$ kN
$F_4 = 250$ kN

Bestimme grafisch den Betrag und die Richtung der Resultierenden für die auf den Balken wirkenden Kräfte!

Haben wir mehrere in einer Ebene verlaufende Einzelkräfte gegeben (Größe und Richtung), so können wir diese Kräfte zu einer einzigen Kraft zusammenfassen, der sogenannten Resultierenden. Schneiden sich alle Einzelkräfte in einem einzigen Punkt, dann verläuft auch die Resultierende durch diesen Punkt (zentrales Kräftesystem). Schneiden sich die Einzelkräfte hingegen nicht alle in einem Punkt, so muss die Lage der Resultierenden zusätzlich bestimmt werden (ebenes Kräftesystem).

Das **Seileckverfahren** ist ein grafisches Verfahren zur Bestimmung der Lage der Resultierenden mehrerer in einer Ebene verlaufender Einzelkräfte (ebenes Kräftesystem).

Vorgehensweise: Seileckverfahren

Schritt 1: Grafische Vektoraddition
Die Größe und Richtung der Resultierenden wird mittels grafischer Vektoraddition ermittelt.

Schritt 2: Polstrahlen
Es folgt das Seileckverfahren um die Lage der Resultierenden bestimmen zu können. Von einem beliebigen Punkt aus werden nun Polstrahlen zu den Einzelkräften gelegt und fortlaufend nummeriert.

Schritt 3: Pol bestimmen
Anschliessend werden die Polstrahlen der Reihe nach abgetragen. Der Schnittpunkt zwischen dem ersten und letzten Polstrahl wird als Pol bezeichnet und liegt auf der Wirkungslinie der Resultierenden.

Lösung der Aufgabe

Schritt 1: Grafische Vektoraddition durchführen

Bevor mit der grafischen Vektoraddition begonnen werden kann, muss zunächst ein geeigneter **Maßstab** festgelegt werden.

Wir legen fest: 100 kN = 0,5 cm

Das bedeutet, dass die Kraftvektoren diesem Maßstab entsprechend angepasst werden müssen:

F1 = 300 kN = 1,5 cm

F2 = 450 kN = 2,25 cm

F3 = 500 kN = 2,5 cm

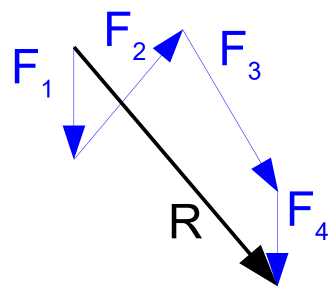
F4 = 250 kN = 1,25 cm

Im weiteren müssen die Kraftvektoren mit dem oben angegebenen Maßstab berücksichtigt werden. Die Abmessungen des Balkens bzw. die Abstände zwischen den Kräften müssen ebenfalls einem Maßstab entsprechend angepasst werden. Hier wählen wir:

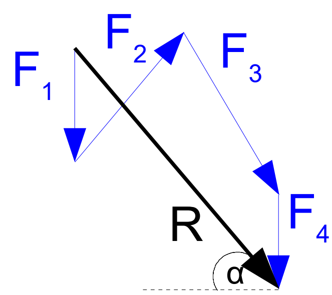
1m = 1cm

Nachdem der Maßstab gewählt wurde, können wir als nächstes die grafische Vektoraddition durchführen:

Bei der **grafischen Vektoraddition** werden die gegebenen Einzelkräfte in einer beliebigen Reihenfolge aneinandergereiht. Dabei wird jede Kraft mit dem Anfangspunkt an die Spitze der vorherigen Kraft gelegt, solange bis alle Kräfte für die Vektoraddition verwendet wurden. Die Resultierende ergibt sich dann, indem der Anfangspunkt der Resultierenden an den Anfangspunkt der *ersten Kraft* und die Spitze der Resultierenden an die Spitze der *letzten Kraft* gelegt werden.



Indem die Länge der Resultierenden gemessen wird erhalten wir den Betrag. Um die Richtung der Resultierenden zu bestimmen, können wir den Winkel zur Horizontalen bestimmen.

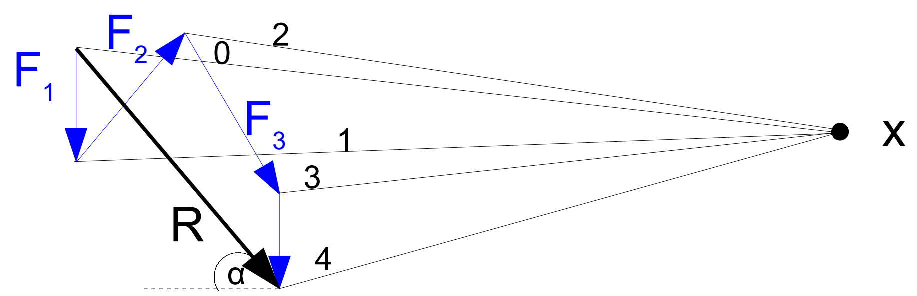


Es ergibt sich:

$$R \approx 4{,}2\,\mathrm{cm} = 840\,\mathrm{N}$$
$$\alpha \approx 50°$$

Schritt 2: Polstrahlen

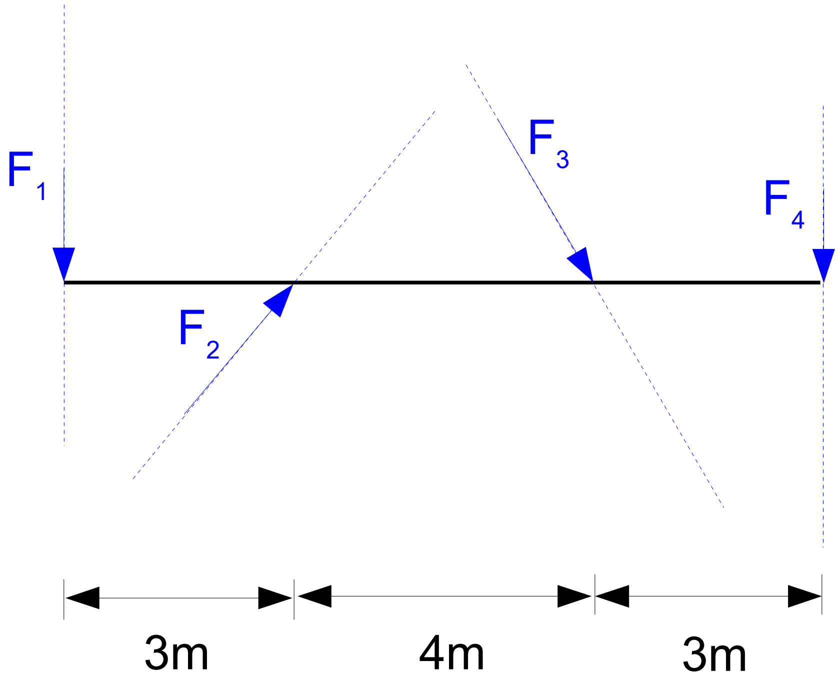
Nachdem wir die Richtung und Länge der Resultierenden bestimmt haben, können wir die Lage der Resultierenden bestimmen. Dazu betrachteten wir unsere Vektoraddition und legen einen beliebigen Punkt **X** fest, von dem aus wir Polstrahlen zu den Anfangspunkten und Endpunkten der Kraftvektoren einzeichnen:

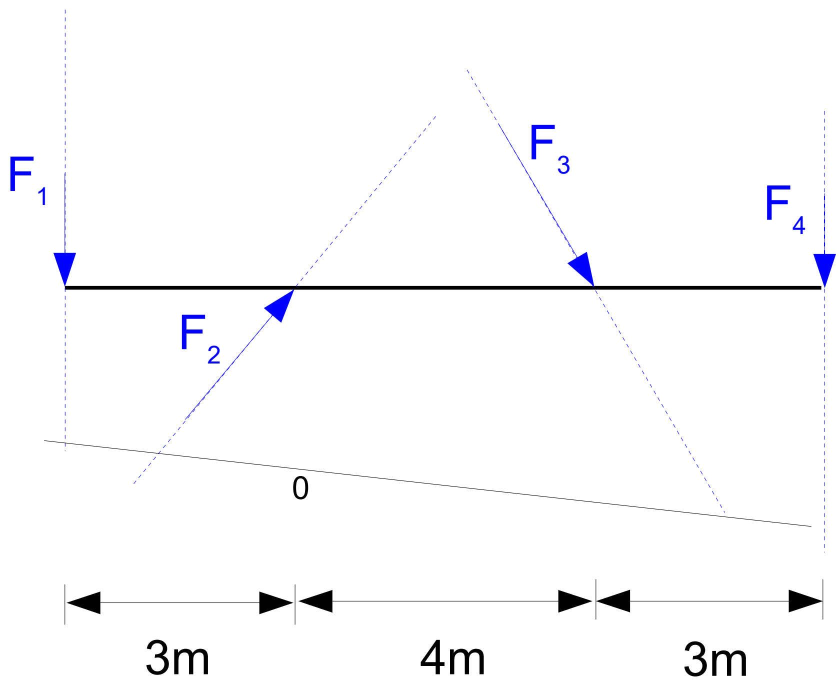


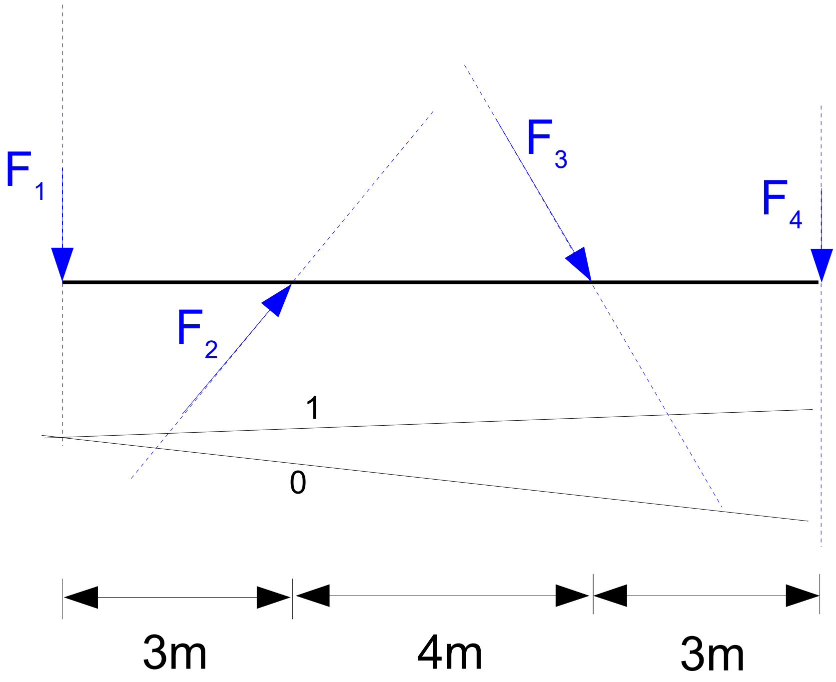
Die Abtragung der Polstrahlen beginnt beim Anfangspunkt von F_1 (Polstrahl 0) und endet beim Endpunkt (Spitze) von F_4 (Polstrahl 4).

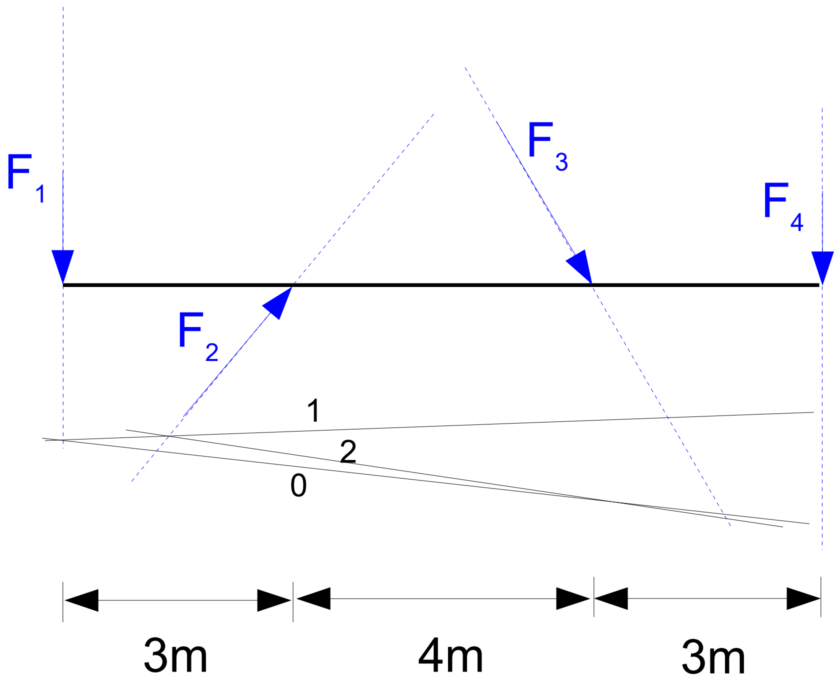
Nachdem die Polstrahlen nummeriert wurden, können diese nun auf das Ausgangsbeispiel übertragen werden.

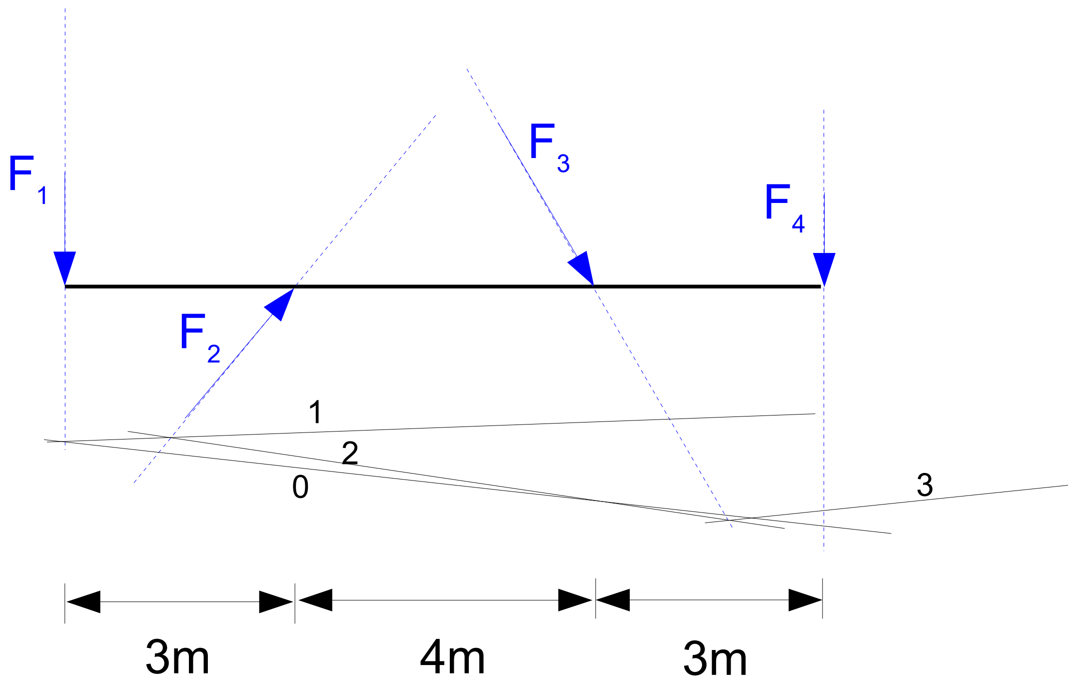
Das Vorgehen:
Zunächst werden die Wirkungslinien der Kräfte eingezeichnet und verlängert. Danach wird mit dem Polstrahl 0 begonnen. Dieser berührt die Kraft F_1, muss demnach im Ausgangsbeispiel an die Wirkungslinie der Kraft F_1 gelegt werden (beliebiger Punkt auf der Wirkungslinie). Danach folgt der Polstrahl 1. Auch dieser berührt die Kraft F1 und die Kraft F2. Dieser Strahl wird also an die Wirkungslinie der Kraft F1 gelegt (wobei 0 und 1 sich schneiden müssen). Dort wo der Polstrahl 2 die Wirkungslinie von F_2 schneidet wird dann der Polstrahl 3 gelegt. Dort wo der Polstrahl 3 die Wirkungslinie der Kraft F_4 schneidet wird dann der Polstrahl 4 gelegt. Am Ende müssen sich der erste Polstrahl 0 und der letzte Polstrahl 4 schneiden (ggf. Verlängerung der Polstrahlen). Der Schnittpunkt zeigt dann die Lage der Resultierenden an.

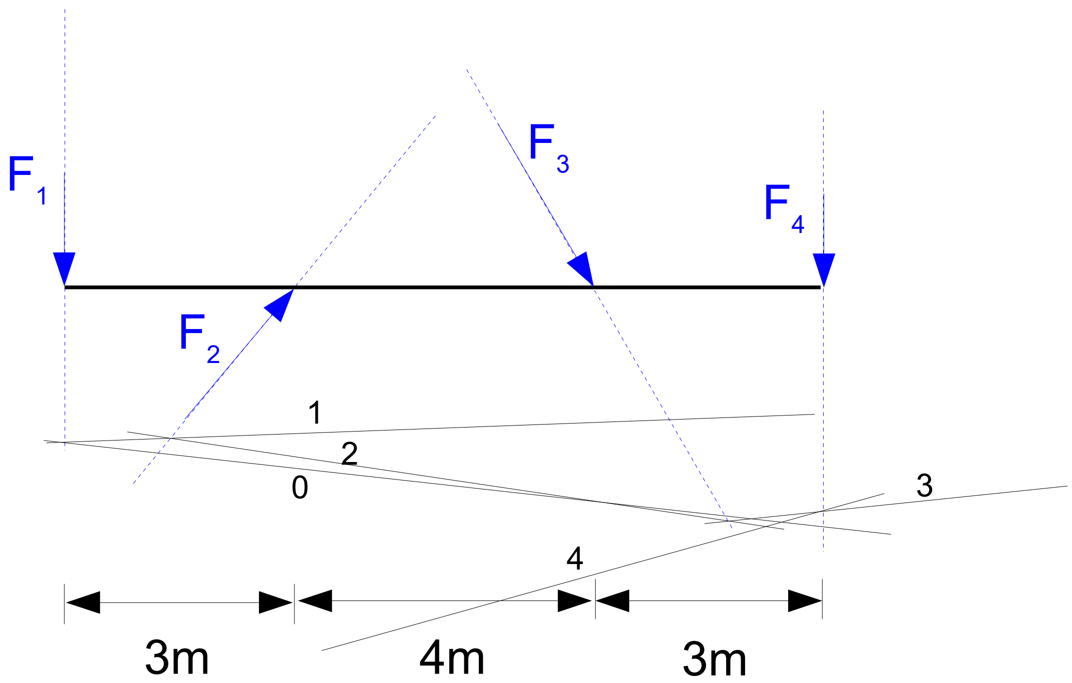

F1
F2
F3
F4
3m
4m
3m


F1
F2
F3
F4
0
3m
4m
3m

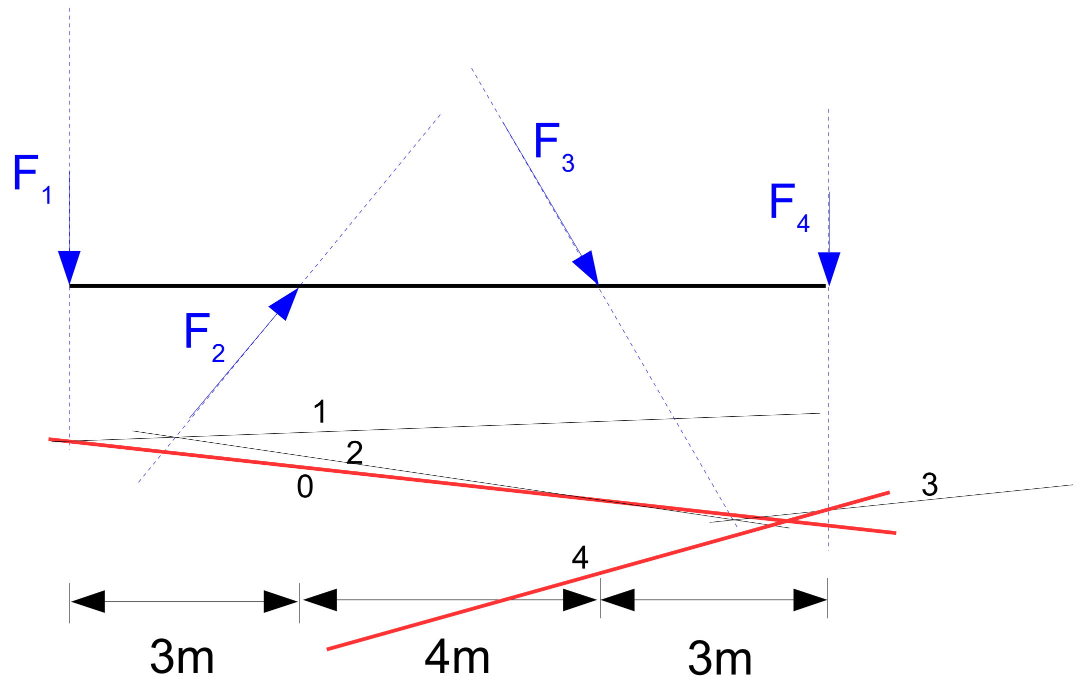

F_1
F_2
F_3
F_4
1
0
3m
4m
3m


F_1
F_2
F_3
F_4
1
2
0
3m
4m
3m

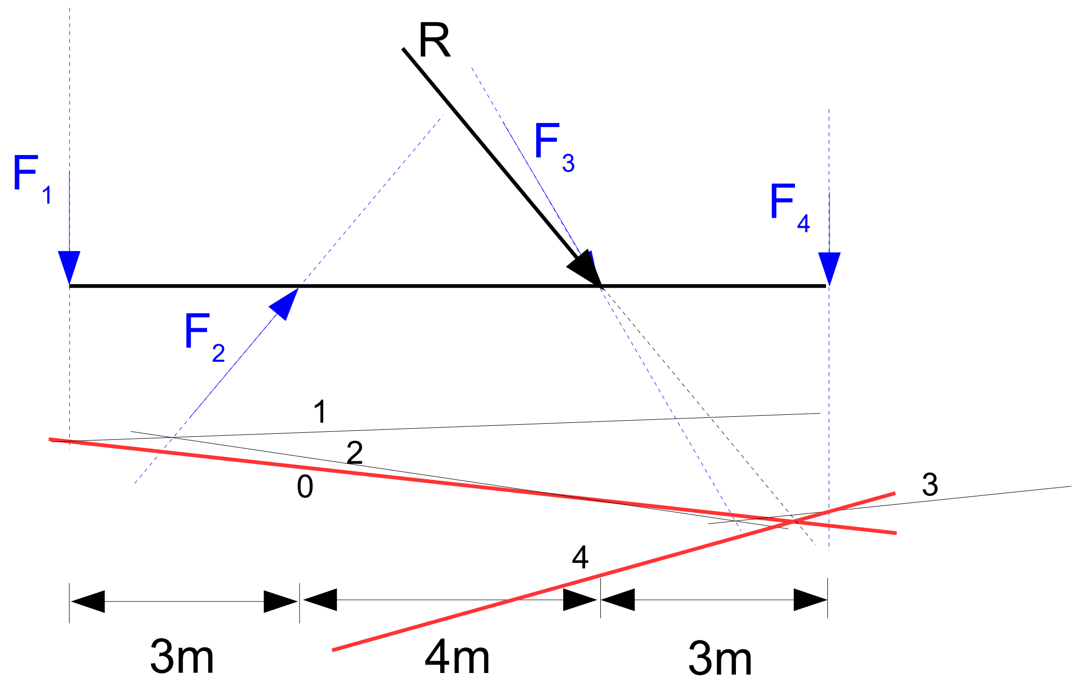

F1
F2
F3
F4
1
2
0
3
3m
4m
3m


F1
F2
F3
F4
1
2
0
3
4
3m
4m
3m

Der Schnittpunkt des ersten Polstrahls 0 mit dem letzten Polstrahl 4 ist der Angriffspunkt der Resultierenden:



Nachdem der Schnittpunkt gefunden ist, wird als nächstes die mittels grafischer Vektoraddition ermittelte Resultierende in diesen Punkt gelegt und solange auf ihrer Wirkungslinie nach oben verschoben, bis die Resultierende am Balken angreift:



Die Resultierende liegt – vom Balkenanfang ausgehend – bei ungefähr 7 cm und damit bei 7 m.

Zur Überprüfung kann die analytische Vorgehensweise herangezogen werden.

Zunächst werden die Teilresultierenden bestimmt:

$$R_x = \sum F_{ix} = F_2 \cos(50°) + F_3 \cos(60°)$$

$$R_x = \sum F_{ix} = 450\,\text{kN} \cos(50°) + 500\,\text{kN} \cos(60°) = 539{,}25\,\text{kN}$$

$$R_y = \sum F_{iy} = -F_1 + F_2 \sin(50°) - F_3 \sin(60°) - F_4$$

$$R_y = \sum F_{iy} = -300\,\text{kN} + 450\,\text{kN} \sin(50°) - 500\,\text{kN} \sin(60°) - 250\,\text{kN} = -638{,}29\,\text{kN}$$

Danach wird die Resultierende mittels Satz des Pythagoras berechnet:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(539{,}25\,\text{kN})^2 + (-638{,}29\,\text{kN})^2} = 836\,\text{kN}$$

Als nächstes bestimmen wir die Richtung der Resultierenden zur Horizontalen mittels Tangens:

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{R_y}{R_x}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{R_y}{R_x}\right) = \arctan\left(\frac{-638{,}29\,\text{kN}}{539{,}25\,\text{kn}}\right) = -49{,}8°$$

Als nächstes berechnen wir die Lage der Resultierenden. Hierfür benötigen wir die folgende Gleichung:

$$M_R = R \cdot h$$

Die Lage h der Resultierenden kann über das resultierende Moment erfolgen. Umstellen der Gleichung:

$$h = \frac{M_R}{R}$$

Wir berechnen als nächstes das resultierende Moment. Hierfür wählen wir einen bliebigen Bezugspunkt (hier: Balkenanfang) und berechnen die Summe aller auf diesen Bezugspunkt wirkenden Momente:

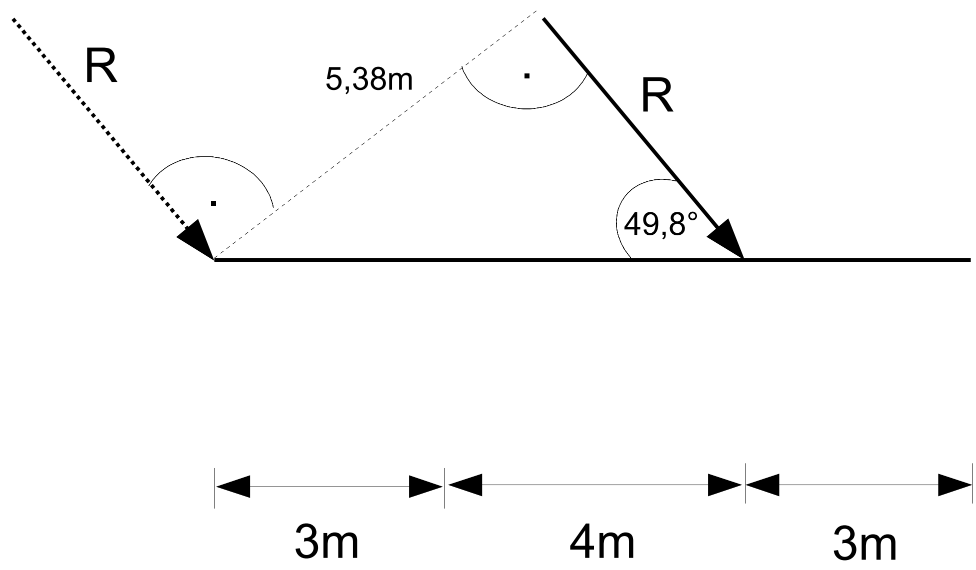
$$M_R = \sum F_i h_i = F_2 \sin(50°) \cdot 3m - F_3 \sin(60°) \cdot 7m - F_4 \cdot 10\,m$$

$$M_R = 450\,kN \sin(50°) \cdot 3m - 500\,kN \sin(60°) \cdot 7m - 250\,kN \cdot 10\,m = -4496{,}93\,kNm$$

Das negative Vorzeichen bedeutet, dass die Resultierende in Bezug auf den gewählten Bezugspunkt ein rechtsdrehendes Moment ist.

$$h = \frac{M_R}{R} = \frac{4496{,}93\,kNm}{836\,kN} = 5{,}38\,m$$

Dieser Abstand entspricht dem Hebelarm von der Resultierenden, d.h. also dem senkrechten Abstand von der Resultierenden zum Bezugspunkt (hier: Balkenanfang).



Der horizontale Abstand x vom Balkenanfang zum Angriffspunkt der Resultierenden ist dann:

$$\sin(49{,}8°) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{5{,}38\,\text{m}}{x}$$

$$x = \frac{5{,}38\,\text{m}}{\sin(49{,}8°)} = 7{,}04\,\text{m}$$