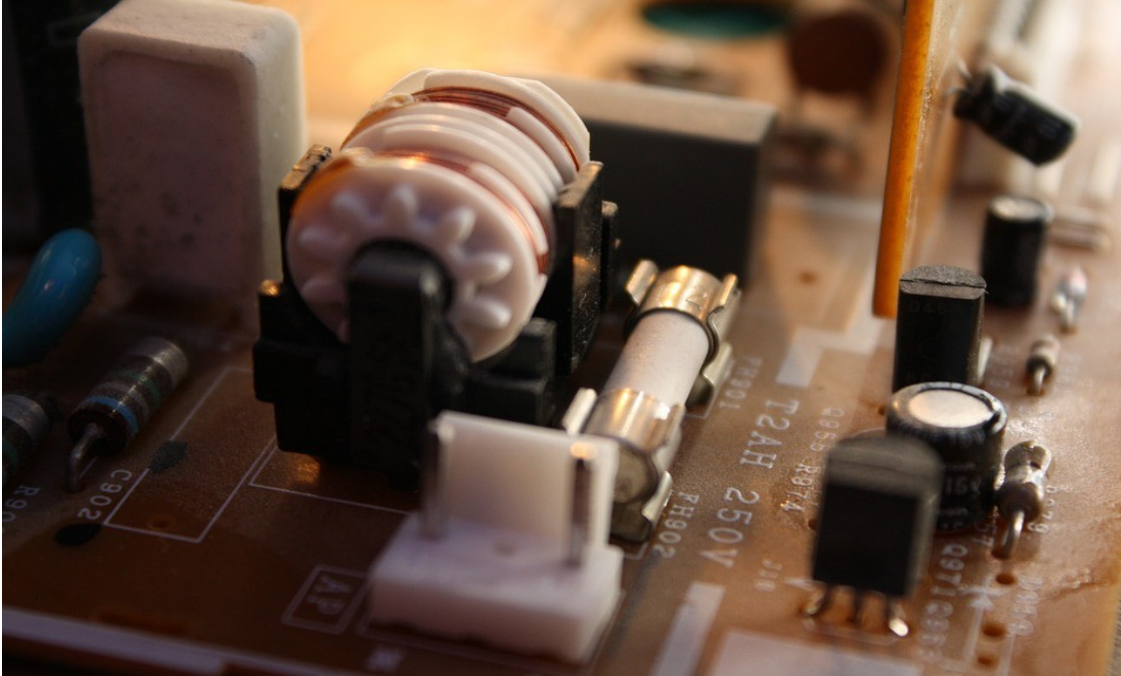


Crashkurs 2: Elektrotechnik (ca. 180 min) - Musterlösung

Thema: Elektromagnetismus

Dozent: Jan Morthorst



Teilthemen:

1. Grundlegendes zu magnetischen Feldern
2. Grundgrößen des Elektromagnetismus
3. Flussdichte
4. Magnetische Feldstärke
5. Arten der Induktion



In diesem Crashkurs wird unser Dozent **Jan Morthorst** die obigen Themen nacheinander erläutern und euch auch kleinere Aufgaben selber berechnen lassen um diese dann im Anschluss mit euch zu besprechen.

++ Deshalb bitte Taschenrechner und Schreibmaterialien bereit halten! ++

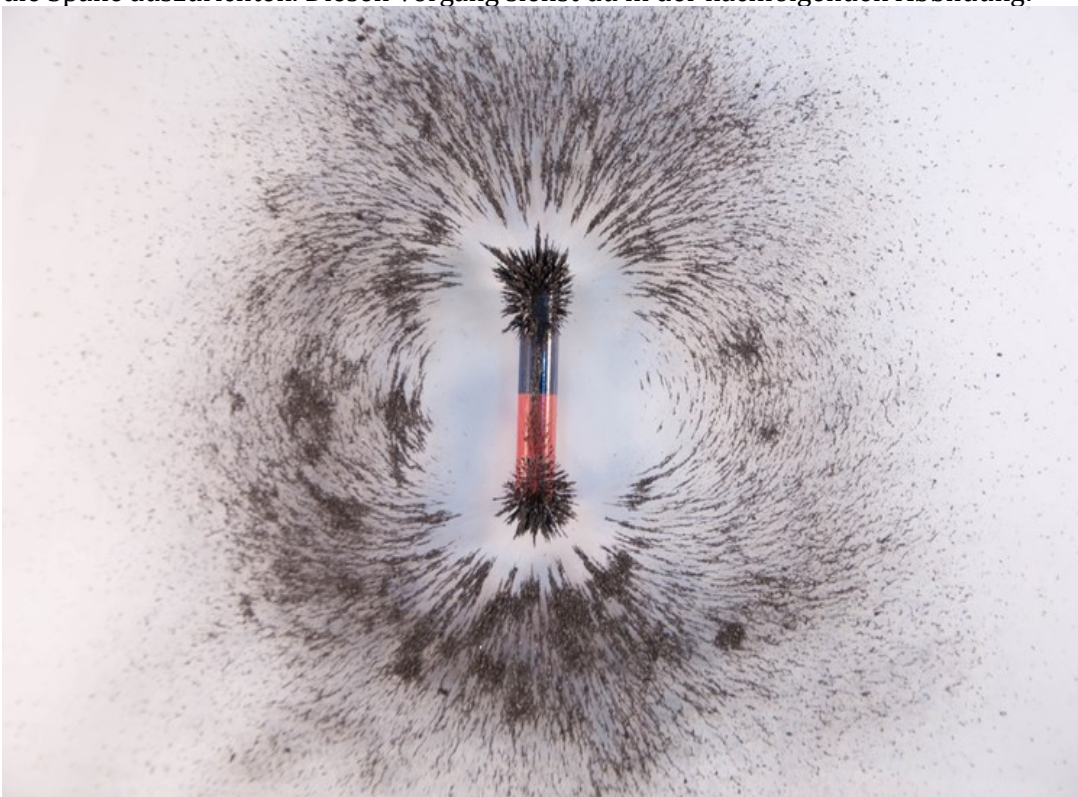
Während des ca. 180 minütigen Crashkurses werden zwei kurze Pausen stattfinden.

Beinahe jeder Mensch ist von klein auf mit dem Magnetismus und Magneten an sich vertraut. Ob in seiner einfachsten Ausprägung als kleiner Stabmagnet am Kühlschrank, groß dimensioniert als Hubmagnet auf Schrottplätzen oder in gigantischen Ausmaßen mit dem Magnetfeld der Erde. Magnete und magnetische Erscheinungen finden überall in unserem Leben einen Einsatzzweck:

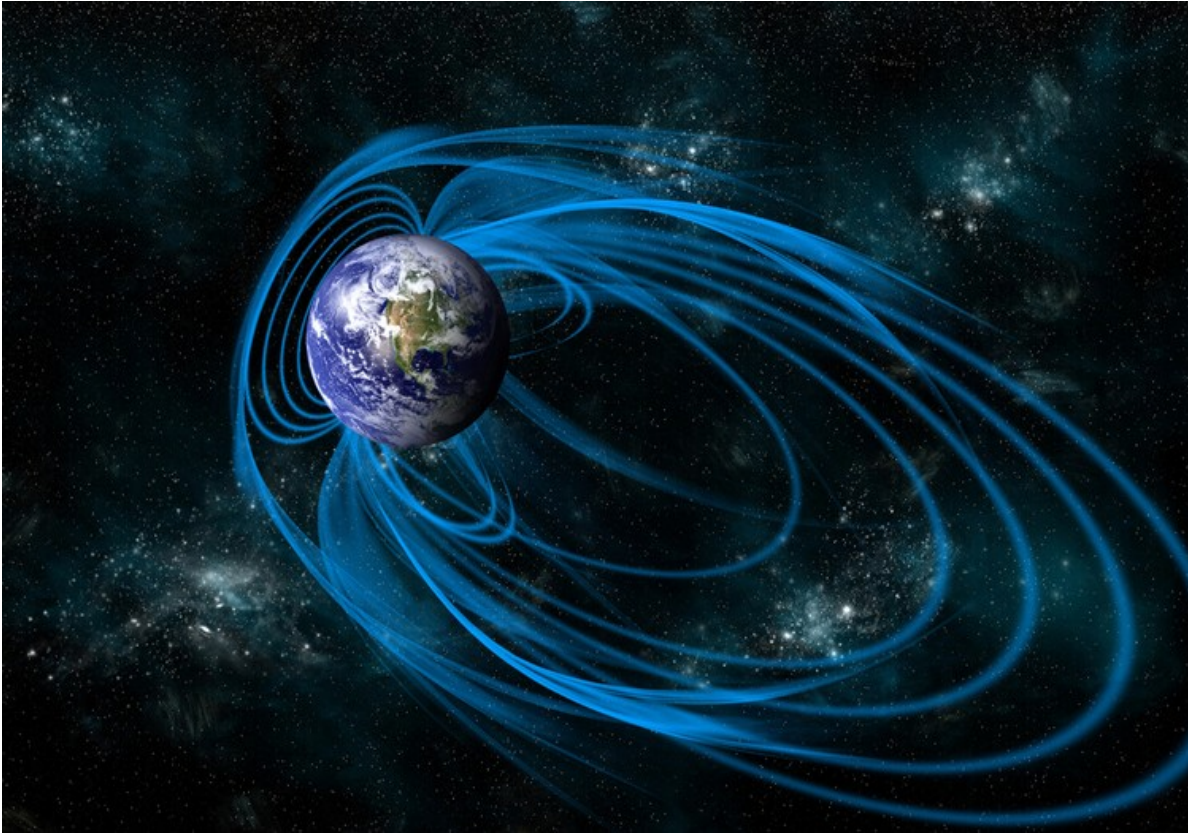
- In Mikrofonen,
- in Kopfhörern,
- in Festplatten oder
- als Antrieb der Magnetschwebbahntechnik [einziger ziviler Einsatz in Shanghai].

Bevor wir uns nun in das Gebiet des Magnetismus begeben, soll noch einmal kurz auf das Wirkprinzip des Magnetismus eingegangen werden.

Vielleicht erinnerst du dich noch an einen bestimmten Versuch in deinem Physikunterricht zu Schulzeiten. Dabei verteilte der Lehrer auf einer dünnen Platte metallische Späne. Im Anschluss wurde ein Dauermagnet, also ein Magnet, der immer magnetische Eigenschaften besitzt und irgendwann einmal magnetisiert wurde, in die Nähe dieser Platte gebracht und wie von Geisterhand begannen sich die Späne auszurichten. Diesen Vorgang siehst du in der nachfolgenden Abbildung:



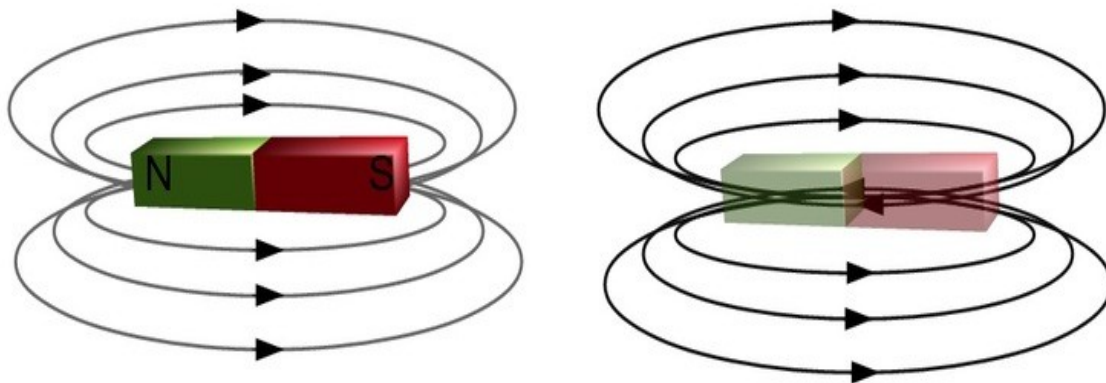
So einfach dieser Versuch erscheint, so aufschlussreich ist er doch. Denn die Metallspäne machen das sichtbar, was ansonsten für den Mensch unsichtbar bleibt, nämlich die magnetischen Feldlinien. Die magnetischen Feldlinien sehen den elektrischen Feldlinien aus dem Elektrischen Feld sehr ähnlich, besitzen jedoch einige wichtige Unterschiede. Diese Unterschiede und Besonderheiten von Magneten und magnetischen Erscheinungen werden im nachfolgenden Kurstext behandelt.



Wie beim elektrischen Feld, hat auch jeder Magnet ein Magnetfeld welches aus magnetischen Feldlinien besteht. Diese verlaufen vom Nord- zum Südpol des Magneten. Dass die Regelung diese Richtung vorsieht, ist einer willkürlichen Festlegung der Wissenschaft geschuldet. Der Verlauf der Linien vom Nord- zum Südpol mag Sie vielleicht an elektrische Feldlinien erinnern, die ja bekanntlich von einer Quelle hin zu einer Senke verlaufen.

Doch dieser Schein trügt. Ein Magnet besitzt weder eine Quelle noch eine Senke seiner Feldlinien. Schaut man nämlich in das Innere eines Magneten, so sieht man, dass die Feldlinien die den Magneten am Nordpol verlassen um am Südpol wieder in den Magneten einzudringen, auch im Magnetinneren vom Südpol weiter zum Nordpol verlaufen.

Feldlinien eines Magnetfeldes



Die magnetischen Feldlinien sind immer geschlossen.

Zudem solltest du dir merken:

Dort wo sich ein Nordpol befindet, dort muss auch irgendwo ein Südpol existieren. Es können auch

mehr als zwei Pole existieren, die Anzahl muss jedoch immer geradzahlig sein.

Um herauszufinden wo der Nordpol ist, kannst du einen Kompass an den Magneten legen und dort wo die Nadel hinzeigt, ist der magnetische Nordpol zu finden.

Man unterscheidet grundsätzlich zwei Arten von Magneten.

Permanentmagneten

Unter Permanentmagneten versteht man Magneten, die irgendwann magnetisiert wurden und seitdem ihren Magnetismus nicht verloren haben. Alternativ bezeichnet man Permanentmagneten auch als Dauermagneten. Ihre Stärke kann je nach Typ variieren, erreicht jedoch nicht die Stärke von Elektromagneten.

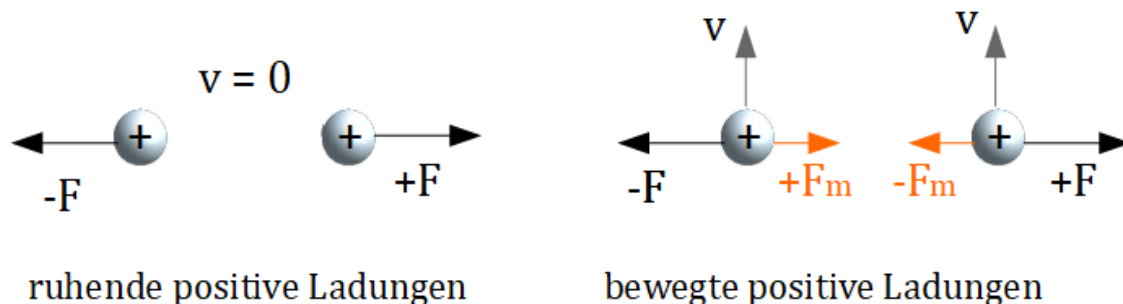
Elektromagneten

Elektromagneten erhalten ihren Magnetismus erst wenn eine Erregung, also ein elektrischer Strom, vorliegt und verlieren ihn auch mit dem Abschalten der Erregung wieder vollständig. Typische

Elektromagneten sind z.B.:

- Kupplungsmagneten → magnetische Schnappkupplung,
- Zugmagneten → Hubmagneten [Schrottplatz],
- Druckmagneten → Linearmagnet,
- uvm.

Schon vor langer Zeit fanden Wissenschaftler heraus, dass bewegte Ladungsträger von einem Magnetfeld umgeben sind. Dieser Vorgang ist in der nächsten Abbildung dargestellt:



Falls du dir nun die Frage stellst warum man überhaupt auf das Magnetfeld in der Elektrotechnik kam, möge dir nachfolgende Begründung beantworten. In vielen elektrischen Geräten und Maschinen kann man Erscheinungen beobachten, speziell Kraftwirkungen, die nicht auf die Wirkungen des elektrischen Feldes zurückzuführen sind.

Es existiert ein einfaches Experiment, welches diese Behauptung stützt:

Es liegen zwei gleichnamige Ladungsträger vor, die sich ruhend im Abstand a gegenüberstehen. Die elektrischen Feldkräfte bewirken, dass sich die beiden Teilchen abstoßen und entsprechend auseinander streben. Versetzt man nun beide Teilchen in die gleiche Geschwindigkeit $|v|$, so entsteht ein zweite Kräftepaar, welches die Teilchen zur Annäherung veranlasst. Und nun kommt der entscheidende Punkt, welche das magnetische Feld neben dem Elektrischen Feld nachweisbar macht:

Die Vorzeichen der Ladung der Teilchen ändern sich nicht, somit muss ein neues Feld entstanden sein, welches die anziehenden Kräfte hervorruft.

Neben dieser Erscheinung existieren auch weitere Erscheinungen in der Umgebung bewegter Ladungen, die belegen:

Es existiert ein weiteres Feld, das durch bewegte elektrische Ladungen erzeugt wird. Wir nennen es das Magnetfeld.

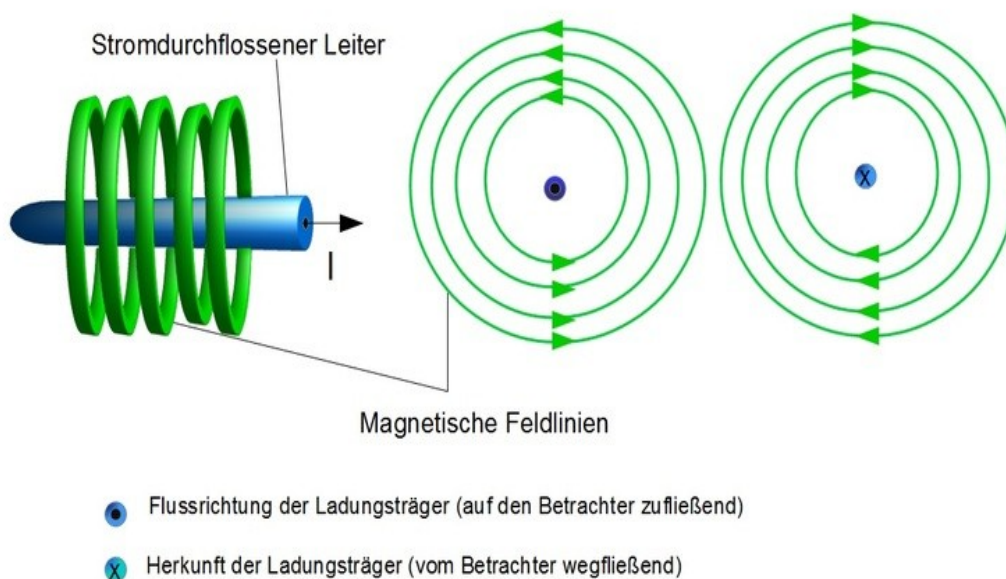
Elektrische Ströme in Leitern entstehen durch bewegte elektrische Ladungen. Daraus erhalten wir die Erkenntnis, dass ein stromdurchflossener Leiter immer von einem magnetischen Feld begleitet wird. Um dieses Magnetfeld nachzuweisen lässt sich einfach mit einer Kompassnadel nachweisen. In der Nähe eines stromdurchflossenen Leiters wird die Nadel aus der durch das Erdmagnetfeld bestimmten Lage abgelenkt.

Magnetische Felder zeigen sich zudem in ihrer Wirkung bei ferromagnetischen Stoffen wie Eisen, Nickel oder Kobalt. So wie im obigen Bild zum Schulversuch (Eisenspäne).

In bewegten Flüssigkeiten spricht man in diesem Zusammenhang von Wirbeln. Weshalb man das magnetische Felder als Wirbelfelder und elektrische Felder hingegen als Quellenfelder bezeichnet.

Es bestehen zwischen dem Magnetfeld und dem elektrischen Feld Verbindungen, die nicht nur daraus resultieren, dass beide Feldarten an die Existenz von elektrischen Ladungen gebunden sind. Denn beim Abbremsen und Beschleunigen von Ladungsteilchen (Zu- und Abnahme von Strömen) treten über die Vermittlung des magnetischen Feldes Trägheitskräfte auf, die wir heute in dem Begriff elektrische Induktion kennen, einen der wichtigsten Phänomene der Elektrotechnik.

Magnetfeld eines stromdurchflossenen Leiters



Rechte-Hand-Regel

Um die Richtung der magnetischen Feldlinien und des elektrischen Stromes eindeutig bestimmen zu können, empfiehlt sich die Anwendung der Rechte-Hand-Regel.

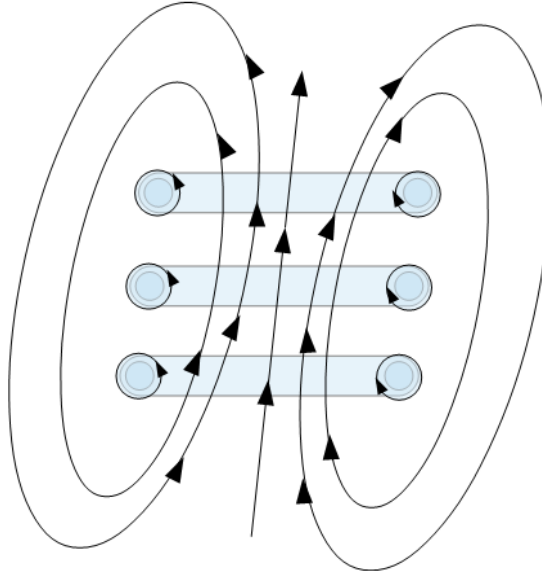
Rechte-Hand-Regel (einfaches Schema)



An dieser sehr einfachen Darstellung einer rechten Hand siehst du, dass der Daumen in Richtung der Ladungsträgerbewegung zeigt und die restlichen Finger in die Richtung des magnetischen Feldlinienverlaufes weisen. Mit dieser Methode ist eine eindeutige Richtungsbeschreibung möglich. Im weiteren Verlauf dieses Kurses werden wir uns natürlich ausschließlich mit Elektromagneten auseinandersetzen.

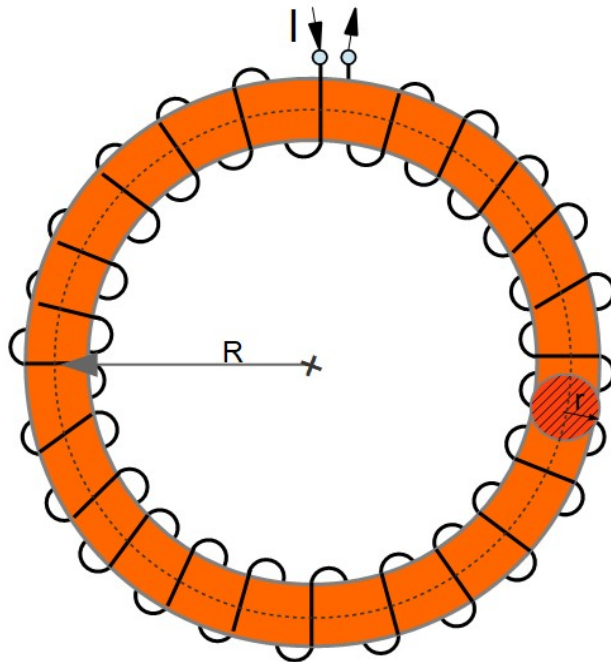
Magnetische Feldgrößen:

Magnetische Flussstärke/ Magnetischer Fluss



Schema einer Zylinderspule
mit Feldlinien

In der obigen Abbildung sieht man, dass das Magnetfeld einer Zylinderspule innerhalb der Spule gebündelt ist und außerhalb stark auseinander strebt. Diese Erscheinung macht eine mathematische Erfassung natürlich sehr kompliziert. Biegen wir eine lange Zylinderspule (Solenoid) zusammen so erhalten wir eine Ringspule (Toroid), wie in der nächsten Abbildung dargestellt:



Ringspule (Toroid)

Das Feld in der Ringspule ist nahezu homogen und die Feldlinien bilden konzentrische Kreise. Die ((Aus)richtung der Feldlinien können wir wir erneut mit der oben erläuterten Rechte-Hand-Regel bestimmen.

Bezogen auf die Ringspule, erhalten wir bei einem elektrischen Stromfluss um die betrachtete Spulenquerschnittsfläche im Uhrzeigersinn, dass die Feldstärkelinien in diese Fläche eintreten. Die orientieren Feldlinien stellen die geometrische Beschreibung eines im Ringspuleninneren zirkulierenden Flusses dar. Man spricht von einem Magnetfluss

Die Stärke dieses Flusses bezeichnet man als magnetische Flusstärke Φ .

Die magnetische Flusstärke ist von der Größe des fließenden Stroms und der Anzahl der Windungen abhängig.

Angegeben wird Φ in **1 Vs** oder in **1 Wb** (Einheit Weber)

Magnetische Flussdichte

Wie bereits erwähnt bestehen viele Parallelen zum elektrischen Feld. So bezeichnet man die Feldgröße des magnetischen Feldes als magnetische Flussdichte B oder als magnetische Induktion. Man betrachtet beim magnetischen Fluss also die Summe aller magnetischen Feldlinien. Der Betrag der Flussdichte in einem homogenen Feld ist nachfolgend aufgeführt:

$$|B| = B = \frac{\Phi}{A} = \frac{\text{magnetische Flusstärke}}{\text{Fläche } A}$$

Im Falle eines inhomogenen Feldes ergibt sich als umgewandelte Gleichung [Magnetischer Fluss]:

$$\Phi = \int_A B_n \, dA$$

Die Maßeinheit der Magnetischen Flussdichte B ist:

$$[B] = \frac{Vs}{s^2} = \frac{Wb}{m^2} = T \text{ (Einheit : Tesla)}$$

Tesla ist die Einheit die sich in den meisten Lehrbüchern wiederfindet.

Die Flussdichte lässt sich auch den Vektor $\vec{B}$ ausdrücken. Dann gilt Formal für den magnetischen Fluss:

$$\phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Die Integration aller auf der Fläche A befindlichen Feldlinien ergibt den Gesamtfluss. Sind nicht alle Feldlinien auf der Fläche A enthalten, lässt sich als Ergebnis nur ein Teilfluss bestimmen.

HINWEIS: Bei der Bestimmung muss die Flächennormale A nicht zwingend parallel zu den Feldlinien stehen.

In handelsüblichen elektrischen Geräten und Maschinen betragen die Flussdichten etwa 1 Tesla. In der Umgebung von stromdurchflossenen Drähten ist die Flussdichte um ca. 3 Zehnerpotenzen niedriger und ein Teilchenbeschleunigern (Cern – Schweiz) um viele Zehnerpotenzen höher.

Sonderfall homogenes magnetisches Feld

Existieren in einem magnetischen Feld Bereiche in denen eine Homogenität vorliegt, so lässt sich für diesen Bereich der magnetische Fluss vereinfacht errechnen durch

Magnetischer Fluss [homogener Abschnitt] $\phi = B \cdot A$

Analogien zwischen elektrischen und magnetischen Feldern

Nachfolgend siehst du in der Tabelle die Analogien, die zwischen elektrischen und magnetischen Feldern bestehen. Einzige Ausnahme in der Beschreibung ist, dass beim elektrischen Strom wirklich eine Bewegung stattfindet.

Feld	Strom	Dichte	Bewegung
Elektrisches Strömungsfeld	elektrischer Strom	Stromdichte	Ladungsträgerbewegung
Magnetisches Strömungsfeld	magnetischer Fluss	magnetischer Flussdichte	keine Bewegung

Magnetische Durchflutung

So wie der elektrische Strom durch die elektrische Quellenspannung angetrieben wird, muss auch eine Antriebsgröße existieren, die den Magnetfluss vorantreibt.

Uns ist bekannt, dass der magnetische Fluss ϕ von der Stromstärke I und der Windungszahl N abhängt. Wir formulieren nun eine Gleichung für eine „magnetische Quellenspannung“, besser gesagt unsere magnetische Durchflutung.

$$\theta = I \cdot N$$

Falls du dich fragst woher die Bezeichnung Durchflutung stammt, hier die Lösung: Eine beliebige magnetische Feldlinie umrandet eine Fläche und die gesamte durch diese Fläche „flutende“ Stromstärke entspricht dem Wert θ .

Die Angabe von θ ist wie folgt:

$$[\theta] = [I] \cdot [N] = A \cdot 1 = A \quad (\text{Ampere})$$

Die magnetische Durchflutung in integraler Schreibweise wird formal beschrieben durch

$$\theta = \int_A \vec{S} \, d\vec{A} \quad \textbf{Durchflutung}$$

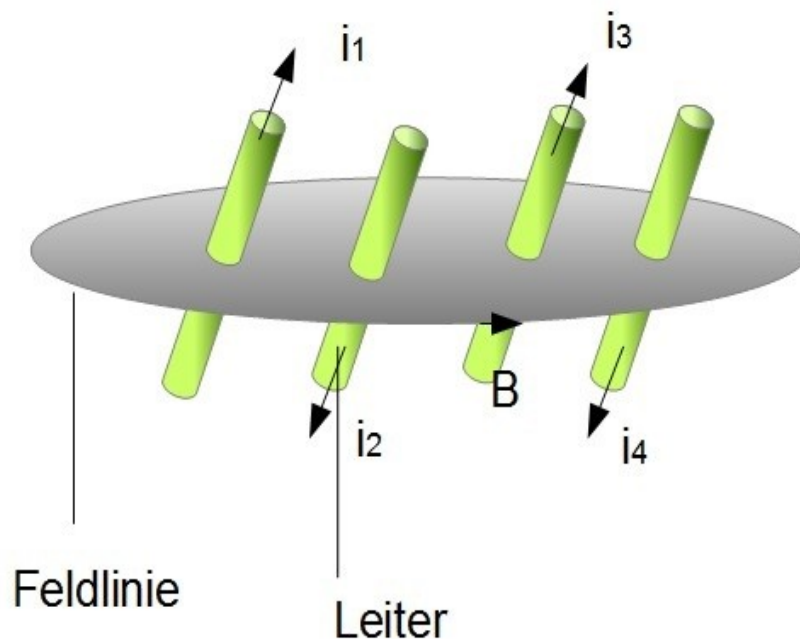
Nun verändern wir die Ausgangssituation dahin gehend, dass die besagte Fläche nicht mehr ganzflächig von Ladungsträgern durchströmt wird, sondern von einer beliebigen Anzahl von elektrischen Leitern, in denen sich Ladungsträger in unterschiedlicher Richtung und Intensität bewegen.

Unter dieser Voraussetzung ändert sich die formale Beschreibung der Durchflutung, indem man die einzelnen Stromdichten der Leiter aufsummiert:

Durchflutung $\theta = i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + \dots$

In der nachfolgenden Abbildung ist ein solcher Fall dargestellt. Wie müsste die Gleichung für die Durchflutung hier aussehen?

Durchflutung einer Fläche



Durchflutung einer Fläche

In der Abbildung verlaufen die Ströme von i_1 und i_3 , sowie die Ströme i_2 und i_4 in die gleiche Richtung.

Stellen wir nun die Gleichung für die Durchflutung auf:

$$\theta = i_1 - i_2 + i_3 - i_4$$

Möchte man, dass die Durchflutung den Wert null annimmt, muss man die Ströme derart anpassen, sodass gilt

$$i_1 - i_2 + i_3 - i_4 = 0 \quad \text{oder} \quad \rightarrow i_1 + i_3 = i_2 + i_4$$

Spule

Wenn man nun nicht mehr mehrere Leiter betrachtet, sondern nur einen Leiter, der die oben abgebildete Fläche mehrfach durchläuft, so haben wir eine Spule. Dies vereinfacht unsere Rechnung erheblich, da nun lediglich ein Strom i und eine Stromdichte $\vec{S}$ vorliegt. Verändern kann sich der Wert unserer Durchflutung, wenn man davon ausgeht, dass der Strom konstant ist, demnach nur, wenn man die Anzahl der Durchläufe [Windungen] variiert:

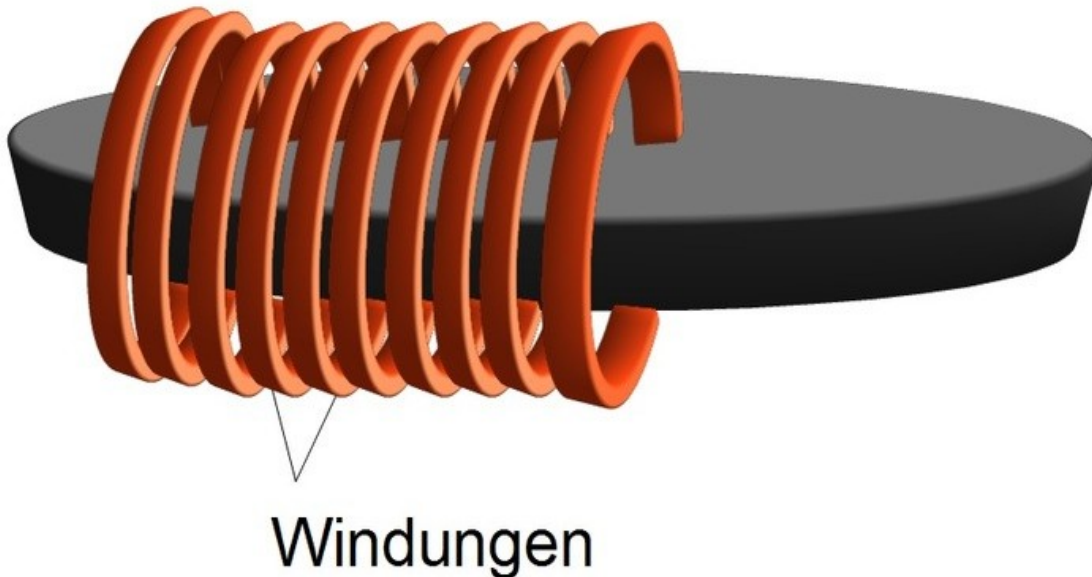
Durchflutung für einen Strom mit mehreren Windungen:

$$\theta = \int_A \vec{S} \cdot d\vec{A} = N \cdot i$$

N = Windungszahl der Spule

Obwohl es sich um Ströme handelt, wird die Durchflutung nicht in Ampere, sondern in Amperewindungen angegeben.

Schema einer Spule



Schema einer Spule

Magnetische Feldstärke

Gehen wir weiterhin von einer analogen Betrachtung zwischen elektrischem und magnetischem Feld aus, ergibt sich als 4. Größe eine ortsbezogene Ursachengröße. Im elektrischen Feld ist es die elektrische Feldstärke **E**. Im magnetischen Feld hingegen sprechen wir von der magnetischen Feldstärke **H**. Sowohl die elektrische als auch die magnetische Größe werden durch einen Vektor ausgedrückt. $\vec{H}$ tangiert die magnetischen Feldlinien und weist den Richtungssinn der Feldlinien auf.

Liegt ein homogenes magnetisches Feld vor, so wie wir es bereits bei der Ringspule kennengelernt haben, so existiert ein einfacher Zusammenhang zwischen Feldstärke und Durchflutung. Davon ausgehend, dass s die Länge einer Feldlinie des homogenen Feldes darstellt, gilt:

$$H = \frac{\theta}{s} = \frac{\text{magnetische Durchflutung}}{\text{Länge einer Feldlinie im homogenen Feld}}$$

Bei der elektrischen Feldstärke **E** liegt eine völlig analoge Beziehung vor:

$$E = \frac{U}{s}$$

Liegt anstelle eines homogenen Feldes ein inhomogenes magnetisches Feld vor, so können wir die analogen Gleichungen des elektrischen Feldes nutzen.

Die magnetische Feldstärke wird wie folgt angegeben:

$$[H] = \frac{A}{m} \quad \text{oder} \quad [H] = \frac{A}{cm}$$

Letztere Angabe der Einheit (Ampere pro cm) ist in Berechnungen nicht selten einfacher. In Maschinen liegen die Feldstärke normalerweise bei $1 - 10^4 \frac{A}{cm}$

Ein magnetisches Feld entsteht, sobald ein elektrischer Strom fließt. Die Feldgröße, die dieses Phänomen beschreibt, ist die magnetische Feldstärke **H**. Sie wird als Vektor dargestellt, da die Feldlinien unterschiedliche Positionen und unterschiedliche Richtungen aufweisen. Betrachtet man einen elektrischen Leiter, in dem eine Ladungsbewegung stattfindet, so liegt um diesen Leiter herum ein magnetisches Feld dessen Stärke als Feldstärke bemessen wird. Da die Intensität dieses Feldes mit Abstand zum Leiter radial abnimmt, verringert sich auch die magnetische Feldstärke mit zunehmender Entfernung zum Leiter.

Die Rate mit der dies geschieht, entspricht $\frac{1}{r} \rightarrow r = \text{Radius}$

Magnetische Feldstärke außerhalb des Leiters:

Die magnetische Feldstärke außerhalb des Leiters berechnet sich durch:

$$H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

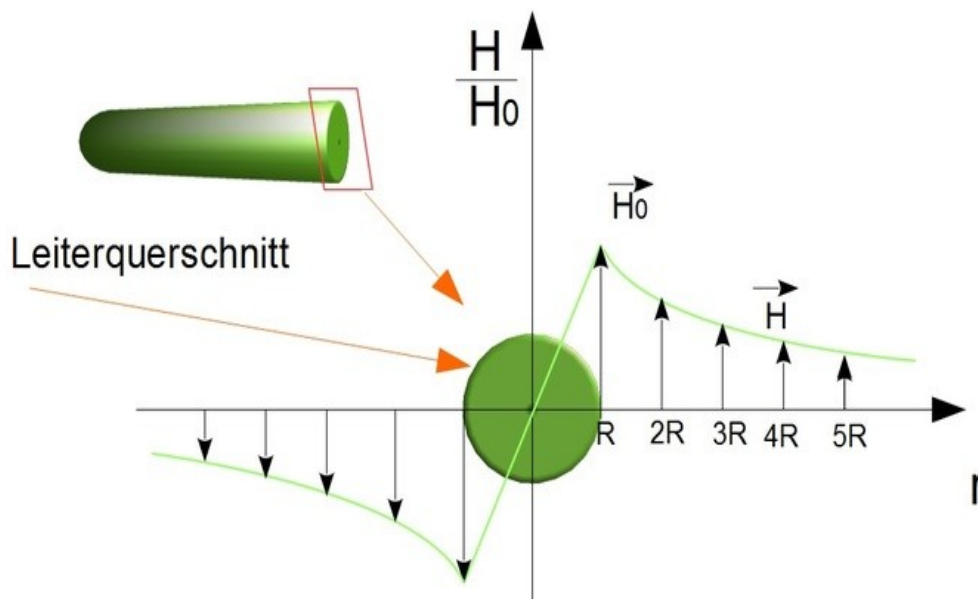
Magnetische Feldstärke innerhalb des Leiters:

Bei der Berechnung der magnetischen Feldstärke innerhalb eines Leiters wird nur der Strom erfasst, der vom Integrationsweg umschlossen ist.

$$H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot r$$

In der nächsten Abbildung ist eine mögliche magnetische Feldstärke für einen Leiter dargestellt.

Änderung der Feldstärke mit zunehmenden Radius



Änderung der Feldstärke mit zunehmendem Radius

Man sieht, dass die Feldstärke am Rand des Leiters einen maximalen Wert $\vec{H}_0$ aufweist. Im Mittelpunkt des Leiters nimmt die Feldstärke den Wert null an. Vergrößert man den Radius über den Wert R hinaus, so nimmt die Feldstärke kontinuierlich ab.

Magnetische Spannung

In der obigen Gleichung wird die magnetische Feldstärke H unter Bezugnahme auf die Durchflutung I , die Ursachengröße und die Gesamtlänge s einer homogenen Feldlinie.

Geht man nun daher und unterteilt die Feldlinie in mehrere Teillängen s_1, s_2, s_3, s_4 , so können wir aus dem Produkt der jeweiligen magnetischen Feldstärke H und der Teillänge s_i die magnetische Spannung bilden U_M oder V

$$U_M = V = H \cdot s = \text{magnetische Feldstärke} \cdot \text{Teillänge } s$$

Die magnetische Spannung steht in direkter Analogie zur elektrischen Spannung. Entsprechend ist die Einheit in der die magnetische Spannung angegeben wird Ampere:

$$[V] = [H] \cdot [s] = \frac{A}{m} \cdot m = A \text{ (Ampere)}$$

Verknüpfung von magnetischer Flussstärke und magnetische Durchflutung

In der Mehrzahl der in der Technik vorkommenden Stoffe besteht eine Proportionalität zwischen Φ und Θ , also $\Phi \approx \Lambda \cdot \Theta$. Sowohl die Durchflutung als auch die Magnetische Flussstärke sind messbare Größen. Unter Hinzunahme einer Konstanten, hier der magnetische Leitwert Λ , können wir in Anlehnung des Ohmschen Gesetzes eine Gleichung erzeugen:

$$\Phi = \Lambda \cdot \Theta$$

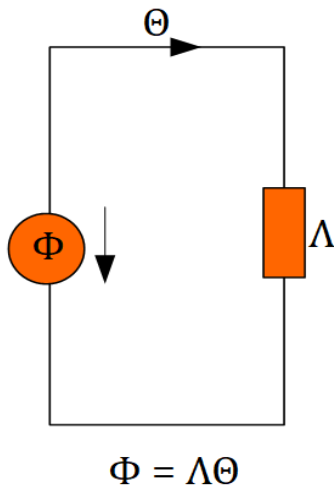
bzw.

$$\Theta = \frac{\Phi}{\Lambda}$$

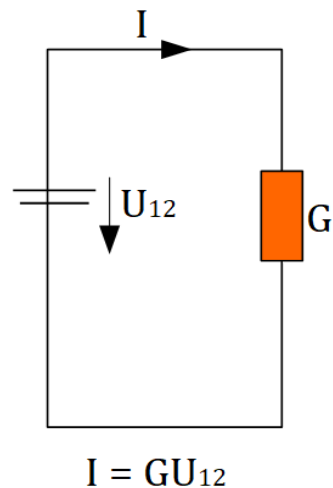
mit $\Phi = \frac{U_m}{R_m}$ [Gilt für die magnetische Spannung U_m]

Die Erste Gleichung bezeichnet man als Ohmsches Gesetz des magnetischen Kreises. Zu besseren Vorstellung eines magnetischen Kreises, stellen wir uns eine Ringspule vor. Innerhalb dieser Spule zirkuliert der magnetische Fluss und bildet dabei einen geschlossenen Ring. Die Antriebskraft des Flusses ist die Durchflutung. Sie befindet sich in den flussumschlingenden Windungen der Spule.

Zur besseren Verbildlichung, betrachten wir die nächste Abbildung. Hier wird ein magnetischer einem elektrischen „Grundstromkreis“ vorgestellt. Den Innenwiderstand der Spannungsquelle haben wir vernachlässigt.



Magnetischer Grundstromkreis



Elektrischer Grundstromkreis

Fakten zum magnetischen Grundstromkreis:

- 1 – Der magnetische Leitwert hängt vom Feldverlauf ab. Analogie zum elektrischen Leitwert.
- 2 – Der magnetische Leitwert hängt von der Stoffart ab. Analogie zum elektrischen Leitwert.
- 3 – Der Feldverlauf richtet sich nach der Form und Lage der stromdurchflossenen Windungen.
- 4 – Die Stoffabhängigkeit ist eine Folge der Wechselwirkung von Feld-Stoff.

Wechselwirkung von Feld-Stoff:

Die Hüllenelektronen der Atome erzeugen infolge ihrer Bewegung ein Magnetfeld.

Tritt nun ein zweites starke Magnetfeld in Erscheinung und beide wirken zusammen, so entstehen Drehmomente, die die atomaren Magnetfelder einseitig orientieren. (Kompassnadel/Magnetfeld).

Diese Störung der Bahn im Atom kann u.a zwei Ausprägungen annehmen:

1. Das ursprüngliche Magnetfeld der Spule wird leicht verstärkt, dann liegt ein paramagnetischer Stoff vor.
2. Das Magnetfeld der Spule wird leicht abgeschwächt, so liegt ein diamagnetischer Stoff vor.

Die Dritte und wichtigste Gruppe der Stoffe erfasst die ferromagnetischen Stoffe, wie Eisen, Kobalt, Nickel und Legierungen. Bei diesen Stoffen sind, ähnlich wie bei den ferroelektrischen Stoffen viele kleine Bereiche vorliegend, in denen die atomaren Magnetfelder bereits ohne den Einfluss fremder Felder einheitlich ausgerichtet sind. Man spricht hier von Weisschen Bezirken. Im unbeeinflussten Normalzustand heben sich diese Felder der einzelnen Bezirke aufgrund ihrer gänzlich regellosen Anordnung im Stoff gegenseitig auf.

Tritt jedoch ein äußeres Magnetfeld auf, so eine Änderung der Bereichsgrenzen auf, die entweder stetig oder spontan erfolgt. Die Bezirke, die sich in die Richtung des äußeren Feldes orientieren, wachsen auf Kosten der anderen.

Da, wie wir ja bereits wissen, eine Abhängigkeit des magnetischen Leitwerts von den Feldgrößen. Da es sich in unserer Betrachtung um einen ferromagnetischen Stoff handelt, liegt keine lineare Proportionalität zwischen Ursache und Wirkung vor.

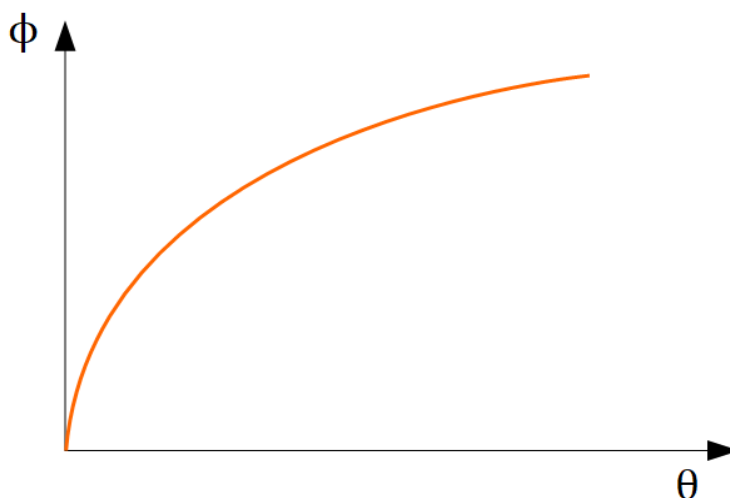
Wir ersetzen die Gleichung $\phi = \Lambda \cdot \theta$ durch eine Gleichung die diese Abhängigkeit berücksichtigt:
 Λ

$$\phi = \Lambda(\theta) \cdot \theta$$

Oder als Funktion der Durchflutung:

$$\phi = f(\theta)$$

In der nächsten Abbildung siehst du diesen Verlauf



Magnetischer Fluss als Funktion der Durchflutung

Magnetischer Leitwert

1. Nichtferromagnetische Stoffe:

Betrachten wir nun den magnetischen Leitwert immer in Analogie zum elektrischen Leitwert.

Die Gleichung für den magnetischen Leitwert lautet:

$$\Lambda = \mu \frac{A}{s} \quad (\text{Geltungsbereich für homogene magnetische Felder})$$

Die Fläche A stellt den vom magnetischen Fluss erfüllten Feldquerschnitt dar und s beschreibt die Länge der Feldlinien.

Der Faktor μ stellt hier die absolute Permeabilität (Durchlässigkeit) dar und drückt den Einfluss der Wechselwirkung Feld-Stoff zum Ausdruck, weshalb dieser Faktor materialabhängig ist.

Unter Verwendung der Gleichung $\theta = \Lambda \cdot \phi$ erhalten wir als Maßeinheit des magnetischen Leitwerts:

$$\Lambda = \frac{[\phi]}{[\theta]} = \frac{\text{Wb}}{\text{A}} = \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}} = \Omega \cdot \text{s} = \text{H (Henry)}$$

Fehlt uns noch die Maßeinheit der Permeabilität. Diese ergibt sich wie folgt:

$$[\mu] = \frac{[\Lambda] \cdot [s]}{[A]} = \frac{\text{H} \cdot \text{m}}{\text{m}^2} = \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

Eine weitere, oben bereits aufgetauchte Größe, die gelegentlich zur Lösung von magnetischen Problemen eingesetzt wird, ist der magnetische Widerstand R_m .

Wie beim elektrischen Feld ergibt sich die Größe aus dem Kehrwert des magnetischen Leitwerts:

$$R_m = \frac{1}{\Lambda} \quad \text{mit der Einheit } [R_m] = \frac{1}{\text{H}}$$

Um die Gleichungen für den magnetischen Leitwert und Widerstand anwenden zu können, benötigen wir den passenden Wert für die absolute Permeabilität μ . Dieser Wert ist für alle Werkstoffe relativ klein und setzt sich aus zwei Faktoren zusammen.

1. Induktionskonstante/Magnetische Feldkonstante μ_0 : Diese Konstante stellt die Permeabilität des Vakuums dar. Aufgrund des Vakuums, welches keine Wechselwirkung zwischen Feld und Stoff zulässt, spricht man auch von einer Naturkonstanten mit dem Wert:

$$\mu_0 = 0,4 \pi \cdot 10^{-6} \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

2. Permeabilitätszahl/relative Permeabilität μ_r : Diese Zahl ist eine Verhältniszahl und gibt den Faktor wieder um den der ursprüngliche magnetische Fluss einer Spule infolge der Wechselwirkung mit dem Stoff verstärkt oder geschwächt wird.

Sofern es sich nicht um einen ferromagnetischen Stoffe handelt, so weicht der Faktor für alle anderen

Stoffe nur unwesentlich von 1 ab. In der Elektrotechnik setzt man diesen Faktor häufig direkt auf $\mu_r = 1$.

Anders verhält es sich bei ferromagnetischen Stoffen. Hier nimmt die relative Permeabilität mit $10^2 - 10^6$ sehr große Werte an, die jedoch von der magnetischen Feldstärke sowie der magnetischen Vorbehandlung des vorliegenden Materials abhängen. Die relative Permeabilität ist demnach nicht konstant.

Aufgabe 1

2. Ferromagnetische Stoffe

Nach $\phi = f(\theta)$ hängt der magnetische Leitwert von der Durchflutung ab und lässt sich deshalb nur für einen bestimmten Zustand im magnetischen Kreis ermitteln, vorausgesetzt alle Parameter sind angegeben. Der Nutzen der absoluten Angabe des magnetischen Leitwerts für ferromagnetische Stoffe ist gering und wird eher für Vergleichszwecke herangezogen. Diese Vergleichsrechnung gilt nur in homogenen Feldern.

Verknüpfung magnetische Feldstärke und magnetische Flussdichte

Nichtferromagnetische Stoffe

Mit der bereits bekannten Gleichung $\phi = \Lambda \cdot \theta$ und unter Hinzunahme der 3 nachfolgenden bereits behandelten Gleichungen

$$|\mathbf{B}| = B = \frac{\phi}{A} \quad (\text{Magnetische Flussdichte})$$

$$H = \frac{\theta}{s} \quad (\text{Magnetische Feldstärke}) \text{ sowie}$$

$$\Lambda = \mu \frac{A}{s} \quad (\text{Magnetischer Leitwert})$$

Können wir eine für uns sehr relevante Beziehung ableiten:

$$\phi = \Lambda \cdot \theta \rightarrow BA = \mu \frac{A}{s} Hs \rightarrow B = \mu \cdot H$$

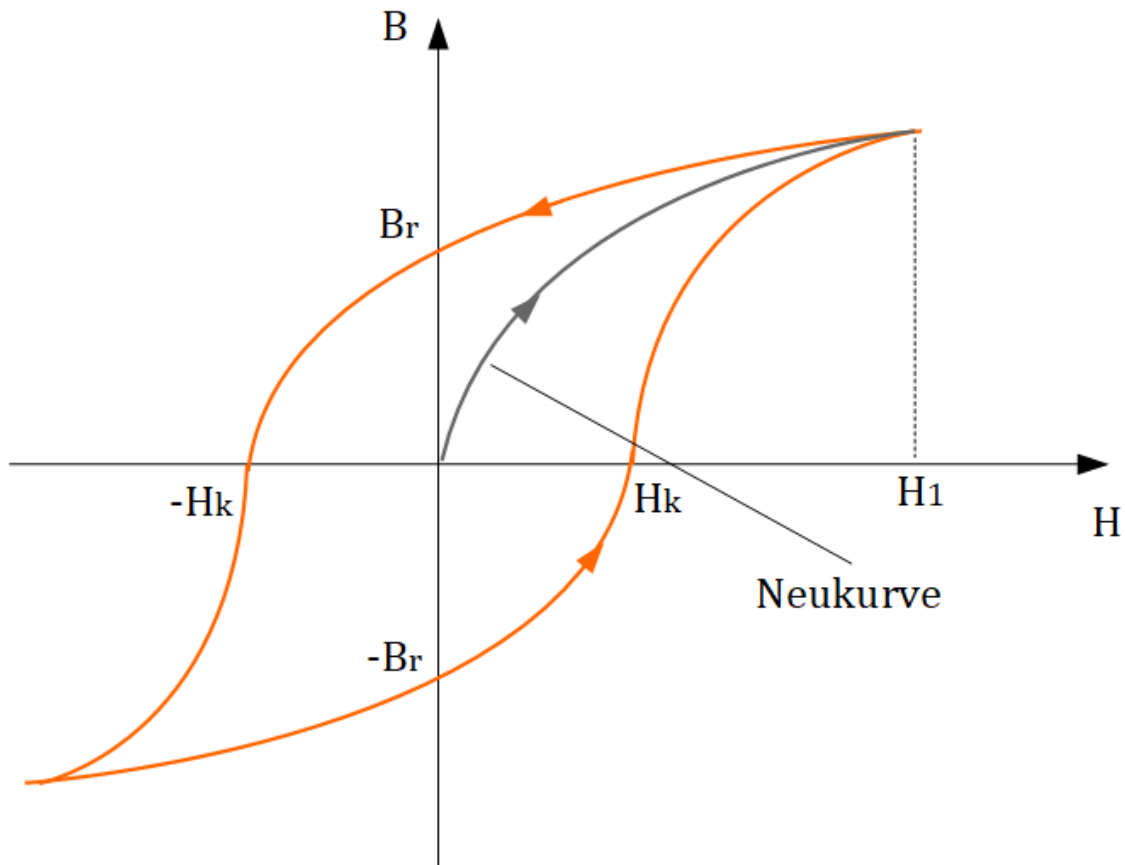
Diese Gleichung stellt eine Proportionalität zwischen der lokalen Ursache H und der lokalen Wirkung B her. Es besteht hier auch eine Gültigkeit für inhomogene Felder.

Ferromagnetische Stoffe

Die Gleichung $B = \mu \cdot H$ gilt universell für alle Stoffe und Feldformen. Wie wir bereits wissen ist μ bei ferromagnetischen Stoffen nicht konstant, sondern eine Funktion der Feldstärke H . Daraus folgt dann:

$$B = \mu \cdot H \rightarrow B = f(H)$$

Das Ergebnis der funktionalen Abhängigkeit der Flussdichte von der Feldstärke lässt sich grafisch darstellen mit Hilfe einer Magnetisierungskurve/Hysteresekurve.



Schema einer Hystereseschleife

Führt man den ferroelektrischen Werkstoff zum ersten Mal in ein magnetisches Feld, so startet die B - H -Kurve im Koordinatenursprung. Dieser als Neukurve bezeichnete entstandene Kurvenzug verläuft bis H_1 . Wechselt man die Feldstärke H stetig vom Minimalwert hin zum Maximalwert und umgekehrt, so entsteht eine Magnetisierungs-/Hystereseschleife.

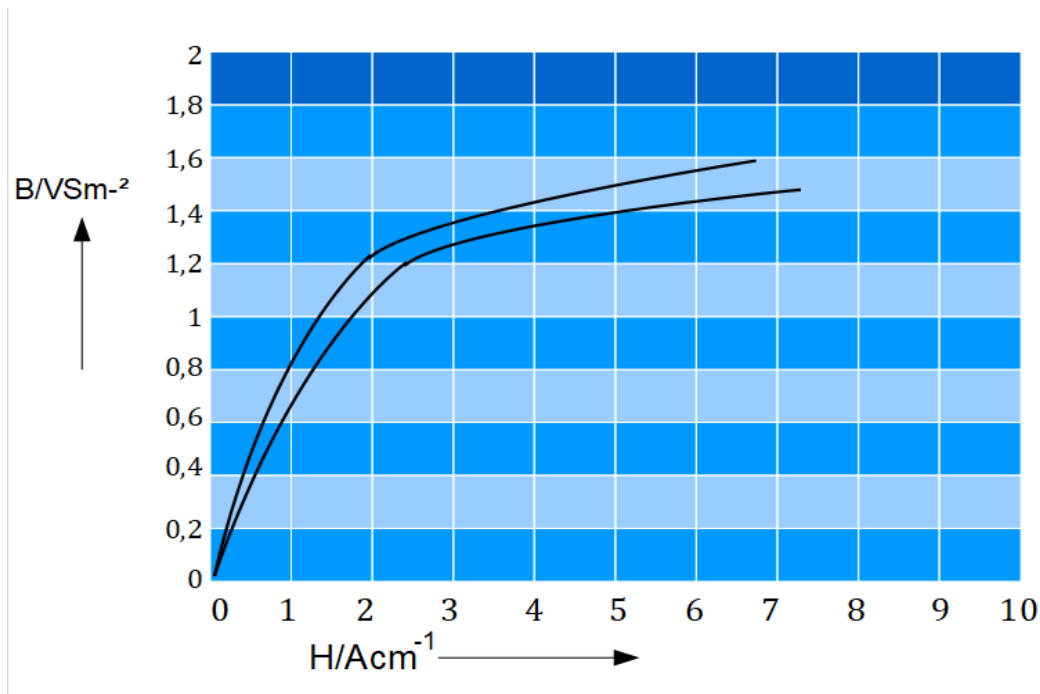
Die Magnetisierungsschleife kennzeichnet, dass dem Wert $H = 0$ die Remanenzflussdichte $B = \pm B_r$ zugeordnet ist. Die Ursache dieses Zusammenhangs findet sich in den mechanischen Spannungen im Kristallgefüge. Diese hindern die Weißeschen Bezirke daran, in ihre anfänglich regellose Lage zurückzukehren.

Remanenz

Der Remanenz kommt eine besondere Bedeutung zu, denn ohne dieses Phänomen gäbe es keine Dauermagnete oder Speicherelementen.

Dauermagneten sind aus magnetisch harten Werkstoffen. Letztere zeichnet aus, dass die Koerzitivfeldstärke H_k besonders hoch sein muss, damit die remanente Flussdichte eine Dauerhaftigkeit besitzt.

Um Trafos, Drosseln oder anderen elektrische Geräte nutzen zu können, setzt man auf Werkstoffen, die eine besonders schmale und steile Magnetisierungsschleife aufweisen. Nicht selten finden sich in der Fachliteratur Abbildungen (Siehe unten) in denen beide Schleifenteile oder einer mittleren Kurve zusammengefasst sind.



Ist die Magnetisierungsschleife eines Werkstoffes sehr schmal, so handelt es sich um einen weichmagnetischen Werkstoff.

Unter Hinzunahme von Legierungselementen lässt sich die Magnetisierungskurve entsprechend der technischen Anforderungen genau einstellen.

Aufgabe 2

Durchflutungsgesetz

Wir kennen ja bereits die Gleichung für die magnetische Durchflutung mit $\phi = H \cdot s$. Nach der Definition wird die von der magnetischen Feldlinie umrandete Fläche durchflutet.

Tritt nun der Fall auf, dass die Feldstärke H längs der Feldlinie veränderlich ist, so muss die obige Beziehung in die allgemeine Form überführt werden:

$$\oint H \, ds$$

(Das Kreisintegral besagt, dass die Integration längs einer geschlossenen Kurve, in unserem Fall längs einer Feldlinie mit der Weglänge s , erfolgen muss)

Für unsere Zwecke genügt uns jedoch die vereinfachte Form der obigen Gleichung:

$$\theta = H_1 s_1 + H_2 s_2 + \dots + H_n s_n = \sum_{i=1}^n H_i s_i$$

Unter Hinzunahme der Gleichung für die magnetische Spannung $V = U_m = H \cdot s$ erhalten wir:

$$\theta = V_1 + V_2 + \dots + V_n = \sum_{i=1}^n V_i$$

Das Durchflutungsgesetz besagt somit:

Die Summe der magnetischen Spannungen V_i entspricht der magnetischen Durchflutung θ . Da $V = H \cdot s$ sind die Summanden dann auch folglich das Produkt aus magnetische Feldstärke H und Feldlinienlänge s .

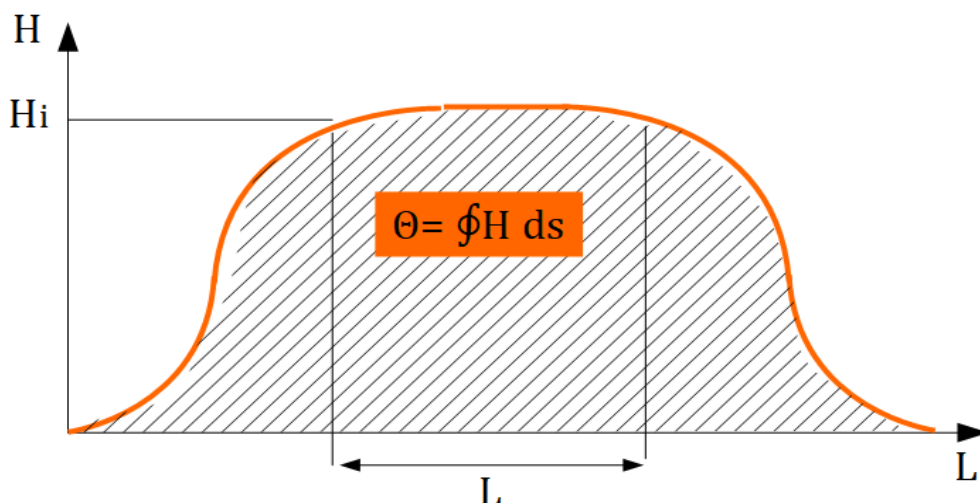
Dieser Sachverhalt erlaubt uns erneut eine Analogie zwischen dem Magnetkreis und dem elektrischen Stromkreis formal herzustellen:

MK: $\theta = \sum_{i=1}^n V_i = \sum_{i=1}^n \phi R_{mi} = \sum_{i=1}^n \phi \frac{1}{\Lambda_i}$ mit $V_i = H_i s_i$

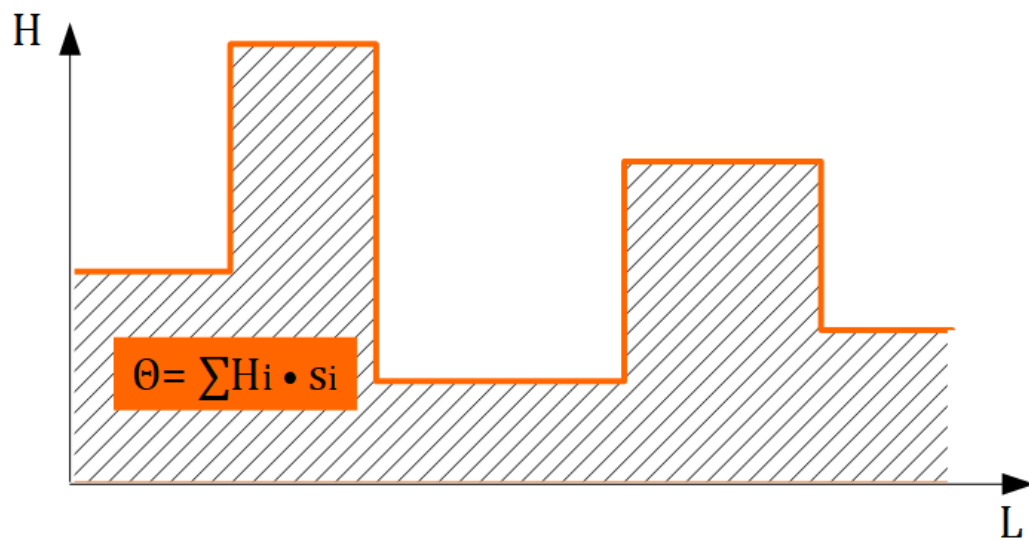
eSK: $U_{12} = \sum_{j=1}^n U_{Rj} = \sum_{j=1}^n I R_j = \sum_{j=1}^n I \frac{1}{G_j}$ mit $U_{Rj} = E_j s_j$

In vielen Magnetkreisen in technischen Anwendungen findet man diese Darstellungsart des Durchflutungsgesetzes wieder. Dabei liegt ein Magnetkreis mit unterschiedlichen Abschnitten vor, die jeder für sich aus einem homogenen Feldverlauf besteht.

In den kommenden beiden Abbildung siehst du einen Feldstärkeverlauf längs der Achse einer kurzen Zylinderspule (1. Abbildung) und einen Feldstärkenverlauf längs der mittleren Feldlinie eines stückweise homogenen magnetischen Kreises.



Feldstärkeverlauf längs der Achse (kurze Zylinderspule)



Feldstärkeverlauf längs der mittleren Feldlinie
Eines stückweise homogenen magnetischen Kreises

Beide Abbildungen stellen die gleichen Zusammenhang zwischen Feldstärke und Feldlinienlänge her.

Aus dem Durchflutungsgesetz lässt sich ablesen, dass die Einheit der magnetischen Feldstärke $\frac{\text{A}}{\text{m}}$ ist.

Aufgabe 3

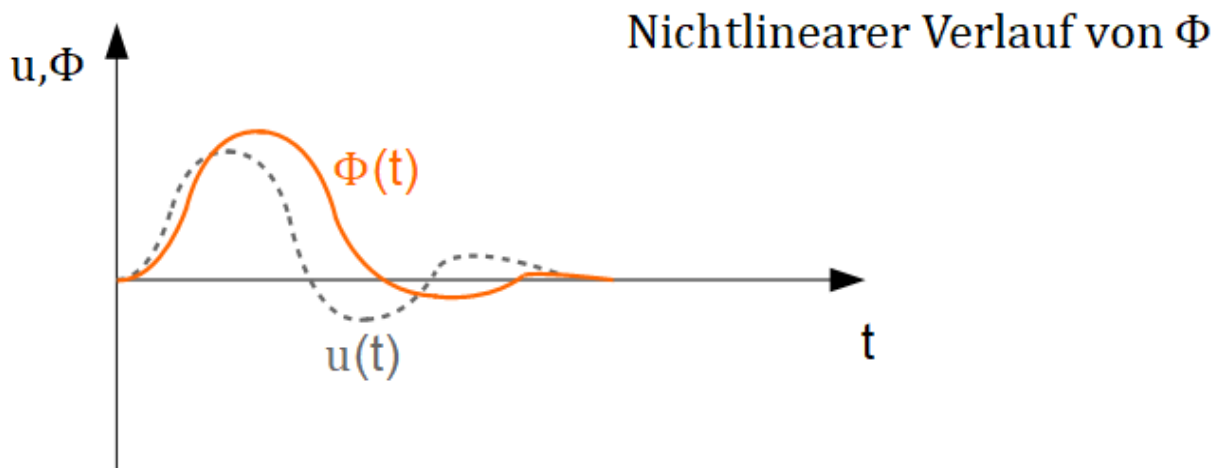
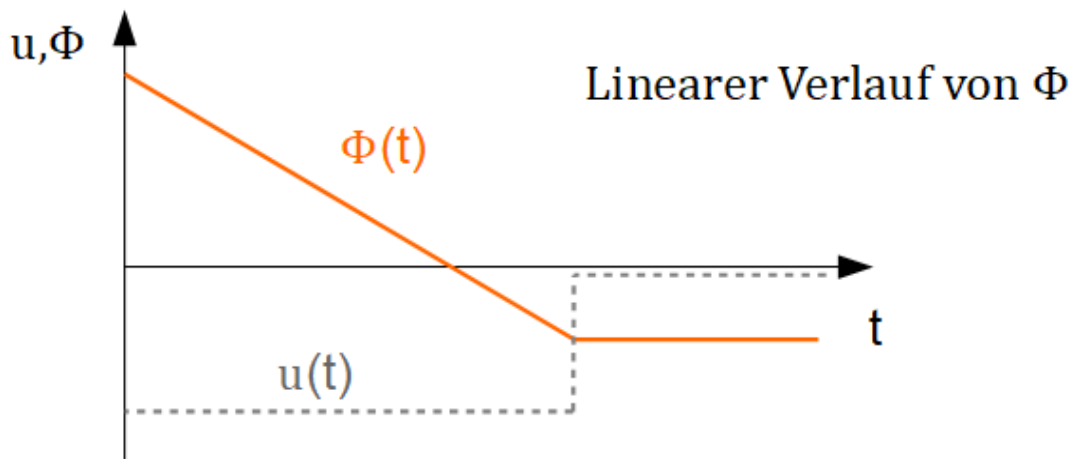
Induktion

Induktionsgesetz

Die meisten elektrischen Geräte arbeiten mit Wechselspannungen und Wechselströmen. Diese sind zeitlich veränderlich und erzeugen wiederum zeitlich veränderliche Magnetfelder. Daraus ergeben sich qualitativ neue Erscheinungen.

Hierzu betrachten wir ein einfaches Experiment. Eine Spule befindet sich in einem zeitlich veränderlichen Magnetfeld. Wie sich zeigt treten dabei Spannungen in der Spule auf, deren Größe sowohl von der Windungszahl N als auch der Flussänderungsgeschwindigkeit $\frac{d\phi}{dt}$ - Man spricht in der Elektrotechnik von einer Induktion.

In der nächsten Abbildung findest du zwei entsprechende Abbildungen (linearer Verlauf und nichtlinearer Verlauf von Φ), die den Zusammenhang von Flussverlauf und induzierter Spannung darstellen und die Abhängigkeit letzterer von ersterer Größe.

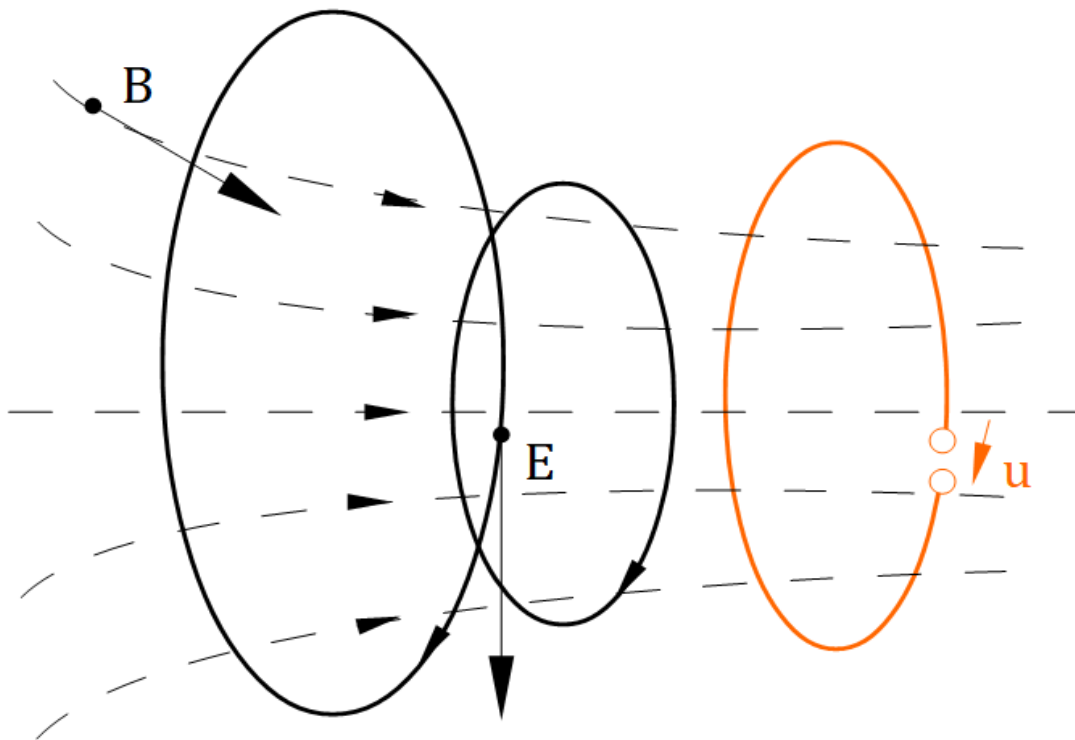


Mathematisch erfassen wir diesen „Effekt“ im Induktionsgesetz:

$$u = N \frac{d\phi}{dt}$$

Da eine Zeitabhängigkeit vorliegt, haben wir anstelle eines Großbuchstabens ein kleines **u** gewählt.

Diese Gleichung birgt die Gefahr einer Falschannahme. Denn Induktionserscheinungen treten nicht ausschließlich in Spulen auf. Die induzierte Spannung ist lediglich eine Folge einer anderen Erscheinung: Das sich ändernde magnetische Feld erzeugt ein elektrisches Wirbelfeld, dessen ringförmig geschlossene Feldlinien aus Magnetfeld umschließen:



Induziertes elektrisches Wirbelfeld

Im Inneren der Windung einer Spule wird aus dem Wirbelfeld eine Spannung gebildet:

$$U = \int_0^s E \, ds \quad (E = \text{lokale elektrische Feldgröße})$$

Liegt uns ein langgestreckter, von Strom durchflossener Draht vor, so verlaufen die magnetischen Feldlinien ringförmig um diesen Draht.

Die Feldlinien des induzierten elektrischen Feldes umschließen diese und verlaufen innerhalb des Drahtes parallel zu dessen Oberfläche. Man spricht von einer doppelten Wirbelkopplung zwischen dem magnetischen und dem elektrischen Feld.

Soll das Magnetfeld des Drahtes verstärkt werden, so müssen folglich auch die felderzeugenden Elektronen innerhalb des Drahtes beschleunigt werden. Die Stromstärke muss zunehmen.

Das induzierte Feld ist dann so gerichtet, dass es versucht die Beschleunigung zu hemmen. Schwächt sich das Magnetfeld hingegen ab, so kehren sich die Verhältnisse um. Der Stromfluss wird aufrechterhalten.

Beide Fälle werden durch das Lenz'sche Gesetz beschrieben.

Wir können uns auf das Trägheitsgesetz der Technischen Mechanik beziehen, zumal das Magnetfeld Masse und Energie aufweist. Wird die Trägheitskraft überwunden und keine Beschleunigungsarbeit verrichtet werden, so bedeutet die Verstärkung des Magnetfeldes auch eine Beschleunigung der Feldmasse. Problematisch ist hier, dass Magnetfelder keine Arbeit leisten können, weshalb ein elektrisches Feld (induzierendes Feld) gebildet werden muss.

Das Verhalten der induzierten Spannung bei einer Flusszunahme, erinnert dich vermutlich an eine Widerstandsspannung. Denn nimmt der Fluss ab, so wirkt die induzierte Spannung antreibend auf den Strom – so wie bei einer Quellenspannung.

Das Induktionsgesetz bestätigt nochmals die Einheit des magnetischen Flusses. Diese resultiert nämlich aus den Bedingungen, die das Induktionsgesetz vorgibt:

$$u = N \frac{d\phi}{dt}$$

$$d\phi = \frac{u}{N} dt$$

$$[\phi] = \frac{[u][t]}{[N]} = V \cdot s$$

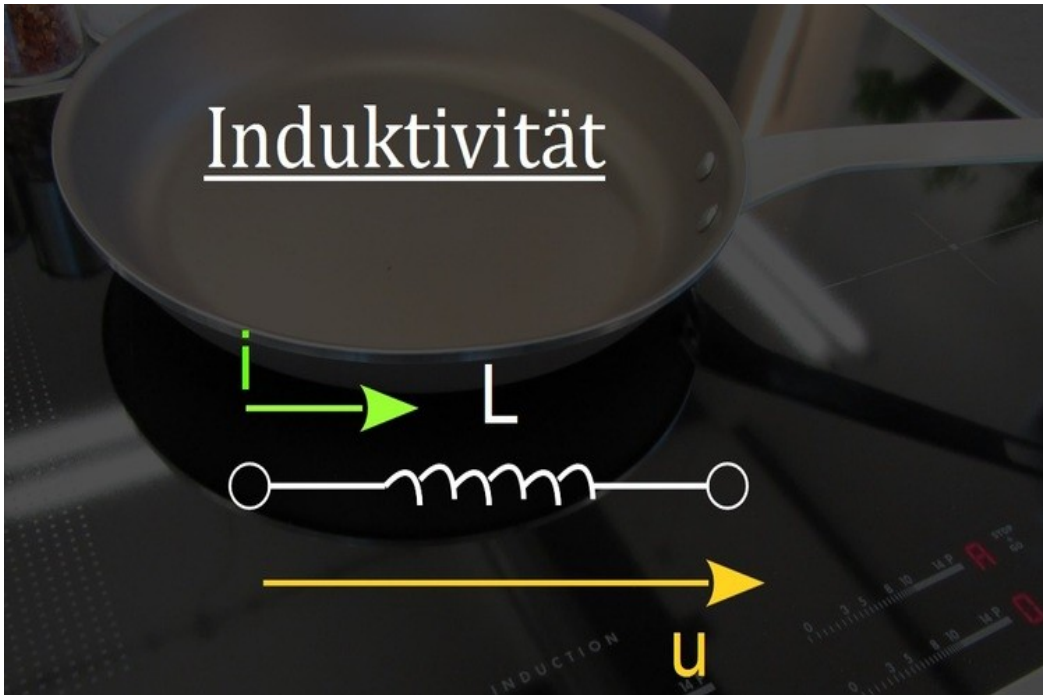
Merke dir:

Die Magnetflussänderung stellt die Ursachengröße dar und die induzierte Spannung steht für die Wirkungsgröße.

Handelt es sich aber um einen Fluss durch mehrere Leiterschleifen [Spule], so erhöht sich die induzierte Spannung um den Faktor N [Anzahl der Windungen].

Induktionsgesetz für mehrere Schleifen: $u_q = \frac{d\phi}{dt} \cdot N$.

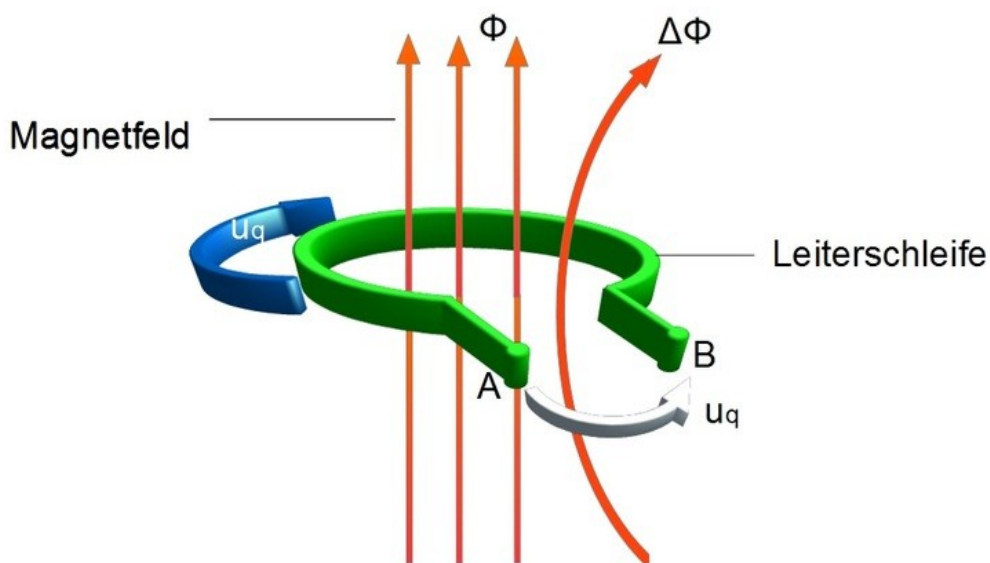
Das Schaltzeichen für eine Induktion [hier Selbstinduktion L] sieht wie folgt aus:



Ruheinduktion

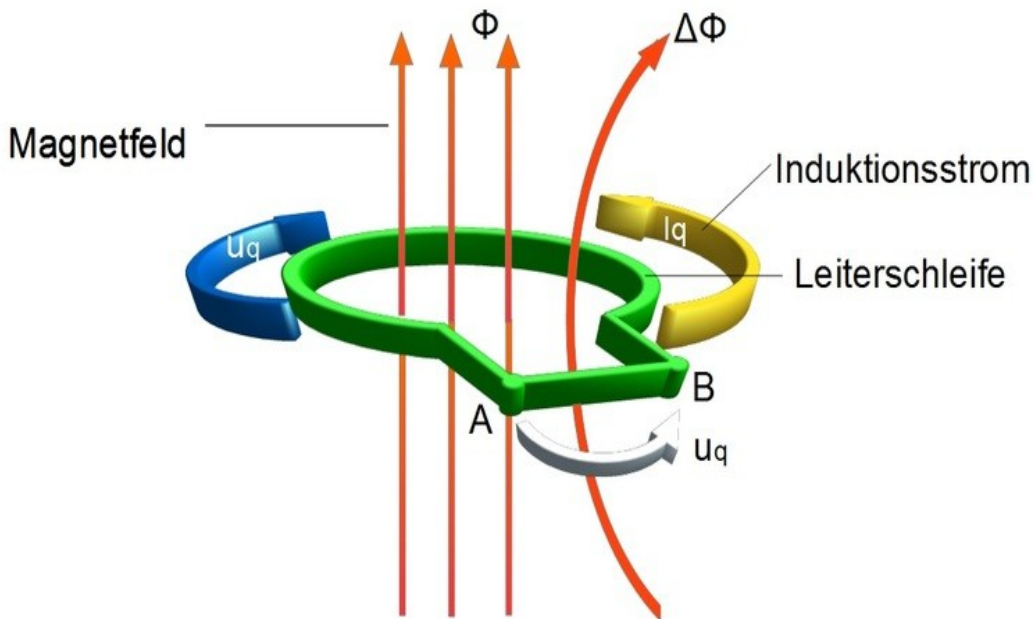
In der nachfolgenden Abbildung siehst du das Schema für eine Ruheinduktion:

Ruheinduktion bei offener Leiterschleife



In dieser Abbildung liegt eine offene Leiterschleife vor, die von einem Magnetfeld durchsetzt ist. Hierdurch wird der Leiterschleife eine Spannung induziert, die als Quellenspannung u_q an den Enden nachgewiesen werden kann. Schließt man diese Leiterschleife nun, wie es in der nächsten Abbildung der Fall ist, so tritt ein Induktionsstrom i_k in der Leiterschleife auf.

Ruheinduktion bei geschlossener Leiterschleife



Dieser Induktionsstrom i_K ist durch den Widerstand R_L des Leiters begrenzt. Dies lässt sich formal berücksichtigen durch: $i_K = \frac{u_{AB}}{R_L}$

Der Induktionsstrom steigt mit zunehmender Spannung u_{AB} und sinkt mit zunehmendem Leiterwiderstand R_L . Um die induzierte Spannung bestimmen zu können, verwendet man folgende Ausgangsgleichung: Induktionsgesetz $u_q = \frac{d\phi}{dt}$

u_q = induzierte Spannung [analog Quellenspannung]

ϕ = Magnetfluss

Handelt es sich um einen Leiter der Windungen N aufweist, so muss das Induktionsgesetz entsprechend angepasst werden:

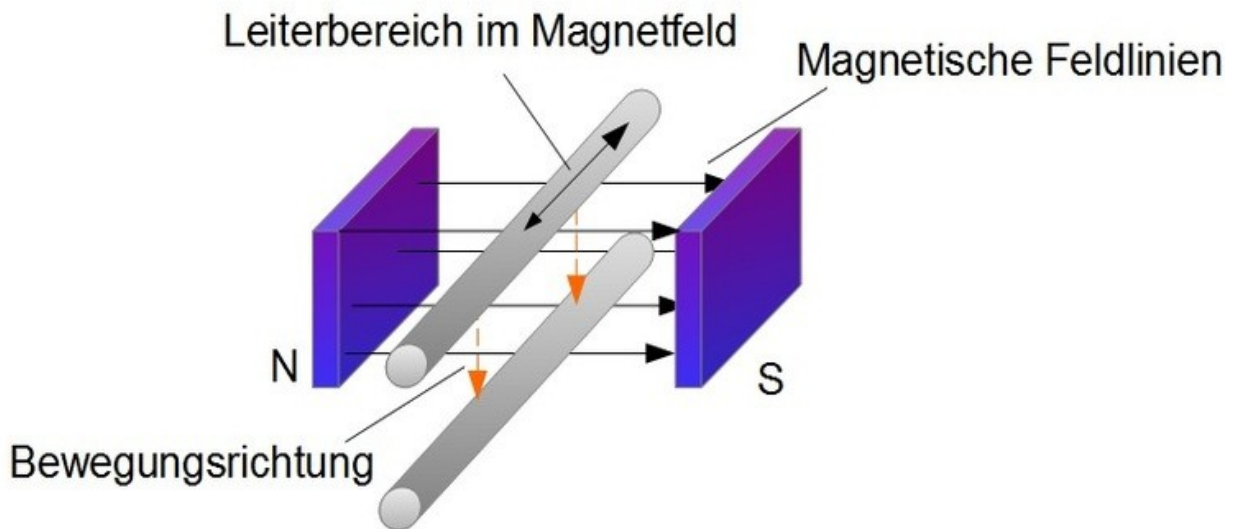
$$u_q = N \frac{d\phi}{dt}$$

Bewegungsinduktion

Wie wir bereits wissen, dass für die Entstehung eines Induktionsvorgangs irrelevant ist, die die Flussänderung hervorgerufen wird.

Bei der Bewegungsinduktion wird ein beweglicher Leiter durch ein homogenes Magnetfeld bewegt. Dabei wird im Leiter eine Spannung induziert. Eine schematische Darstellung hierfür siehst du in der nachfolgenden Abbildung.

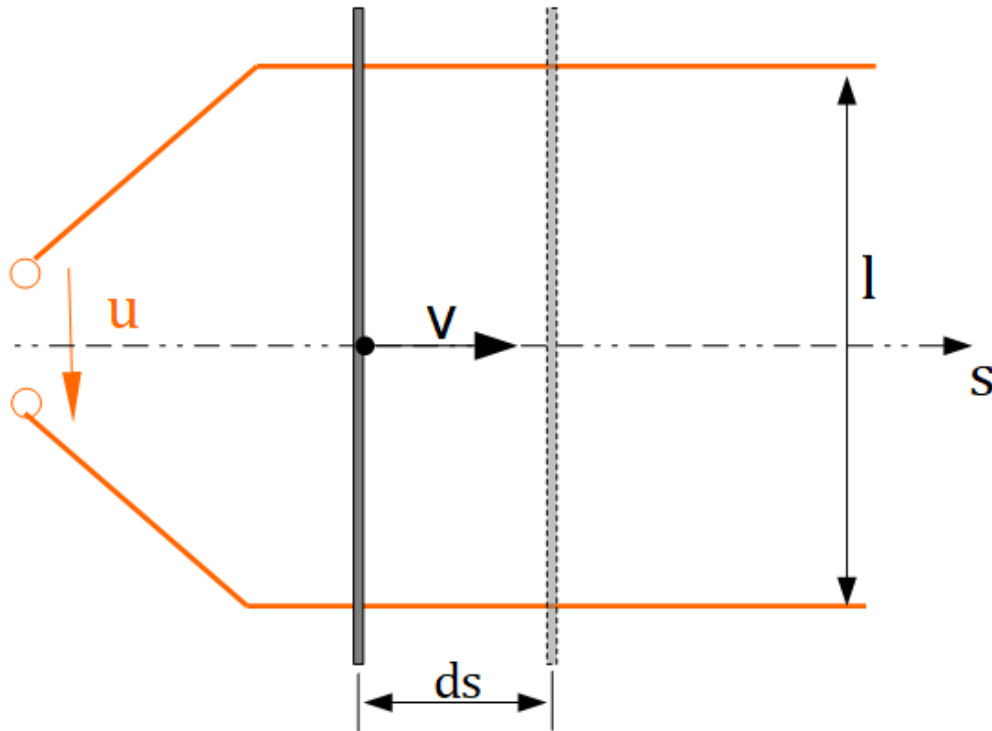
Bewegungsinduktion



Die Bewegungsinduktion erlaubt es uns das Induktionsgesetz in eine einfachere Form zu überführen.

Bestimmung der induzierten Spannung bei einer Bewegungsinduktion

Mit Hilfe der nachfolgenden Abbildung stellen wir die einzelnen Größen in Relation:



Induktionsvorgang im bewegten Leiter

In dem ruhenden homogenen Magnetfeld mit der Flussdichte B befinden sich die beiden parallelen Leitern. Die B -Linien stehen auf der Leiterebene senkrecht (Zeigen aus dem Bild heraus). Der bewegliche dritte Leiter, der auf den parallelen Leitern gleitet, erzeugt eine Schleife, deren Spannung uns interessiert.

Bewegt sich der dritte Leiter mit der Geschwindigkeit v , so ergibt sich für die Flussänderung in der Schleife formal: $d\phi = Bl \, ds$.

Die Flussänderungsgeschwindigkeit ergibt dann die induzierte Spannung:

$$u = \frac{d\phi}{dt} = Bl \frac{ds}{dt}$$

Orientieren wir uns wieder an den Gesetzen der Mechanik so ist $\frac{ds}{dt}$ die

Translationsgeschwindigkeit v :

$$v = \frac{ds}{dt} \quad \text{woraus folgt:}$$

$$u = B \cdot l \cdot v$$

Kommt nun hinzu, dass B und v nicht senkrecht zueinander stehen, also einen Winkel α aufweisen, so ist die auf v senkrecht stehende Komponente **$B \sin \alpha$** von Bedeutung:

$$u = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha$$

Nach dieser Gleichung verschwindet die induzierte Spannung, falls ein Leiter parallel sich parallel zu den magnetischen Feldlinien bewegt wird.

Aufgabe 4

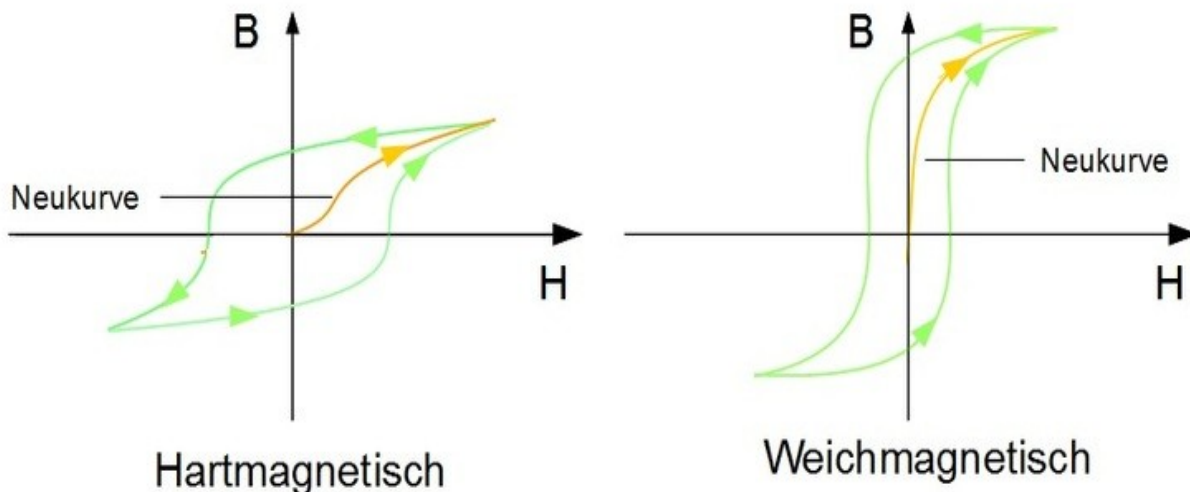
Ergänzung zur Hystere aus dem Kurs Elektrotechnik

Ändert man die Feldstärke zwischen zwei absolut gleichen positiven und negativen Werten, so erhält man eine Hysteresekurve, die für jedes ferromagnetische Material einen individuellen Verlauf aufweist. Trotz der Individualität ist es möglich anhand der Hysteresekurve eine grobe Einteilung in weichmagnetische und hartmagnetische Materialien durchzuführen.

- Weichmagnetisch: Material besitzt eine geringe Koerzitivfeldstärke → geeignet für Materialien, deren Feldstärke häufig die Polarität ändern soll.
- Hartmagnetisch: Material besitzt eine sehr hohe Koerzitivfeldstärke → geeignet für Materialien, aus denen Dauermagnete erzeugt werden sollen.

Nachfolgend siehst du zwei Hysteresekurven. Die erste Kurve stellt einen weichmagnetischen Werkstoff dar und die zweite Kurve einen hartmagnetischen Werkstoff.

Hysteresekurve eines weichmagnetischen und hartmagnetischen Materials



Hysteresekurven

Bei beiden Kurven wird bei null begonnen. Dabei wird der Strom so lange vergrößert, bis die Sättigung erreicht ist. Diese erste Kurve bezeichnet man als Neukurve.

Die Neukurve zeichnet aus, dass sie nie wieder erreicht werden kann.

Anschließend reduziert man den Strom und die Feldstärke sinkt. Die sich dabei ergebenden Werte sind immer höher als die Werte der Neukurve. Diesen Effekt bezeichnet man als Hysterese. Danach kehrt man die Stromrichtung um und die Feldstärke bewegt sich in den negativen Bereich. Damit beginnt die Entmagnetisierung. Auch hier erreicht die Kurve im Verlauf einen Sättigungspunkt. Danach beginnt die Hysterese erneut.

Unabhängig wie oft man diesen Vorgang wiederholt, die zurückgelegte Strecke der Kurve wird nie deckungsgleich mit der vorangegangenen Strecke sein.

