Elektrotechnik (Grundlagen)

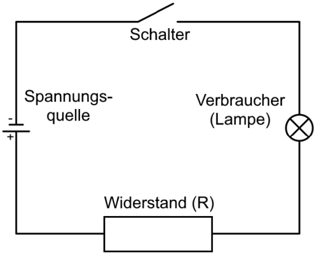
Kevin Suta

Outline – Teil 1

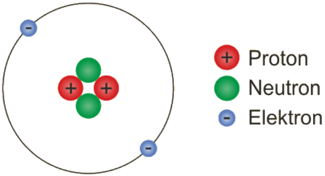
Quellen und Literaturempfehlung

- Hering, Ekbert; Bressler, Klaus; Gutekunst, Jürgen: *Elektronik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. 6. Auflage. Springer Vieweg, Wiesbaden 2016.
- Pletscher, Patrick: *Elektrotechnik - Zusammenfassung*. ETH Zürich, 2004.

- **Elektrotechnik** beschäftigt sich mit den Erscheinungen und Anwendungen des elektrischen Stroms und der Spannung.
- Im Kern geht es immer um:
  - **Ladung** (Was „fließt"?)
  - **Strom** (Wie viel „fließt" pro Zeit?)
  - **Spannung** (Was „treibt" den Fluss an?)
  - **Widerstand** (Was „bremst"?)
- Ziel: Diese Größen verstehen – und berechnen!

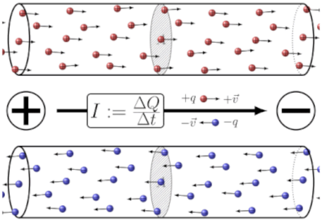


- **Ladung** ist eine fundamentale Eigenschaft von Teilchen wie Elektronen ($-e$) und Protonen ($+e$).
- Die kleinste (positive) Ladung: $e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C
- Einheit: Coulomb (C), $1\,\text{C} = 6{,}24 \times 10^{18}$ Elektronen (Elementarladungen)
- **Ladung ist immer erhalten** (Gesetz der Ladungserhaltung)
- **Praxis:** Reiben eines Kunststoffstabs am Wolltuch $\rightarrow$ Übertragung von Elektronen, der Stab wird negativ geladen.



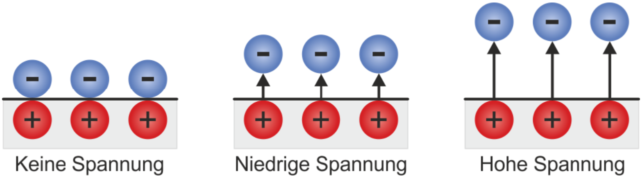
Vom Laden zum Fließen: Was ist elektrischer Strom?

- **Strom** ist eine gerichtete Bewegung von elektrischen Ladungen – meist Elektronen im Metall.
- **Formel:** $I = \frac{dQ}{dt}$
- **Anschaulich:** Wenn pro Sekunde 1 Coulomb Ladung an einer Stelle vorbeifließt, entspricht das 1 Ampere Strom.
- **Stromrichtung:** *Technisch:* Von $+$ nach $-$ (historisch festgelegt)
  Physikalisch: Elektronen bewegen sich von $-$ nach $+$
- **Beispiel:** $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, z.B. 10 C in 2 s $\Rightarrow I = 5$ A



Was treibt den Strom an? – Die elektrische Spannung

- **Spannung** U ist der „Antrieb“ für Ladungen – vergleichbar mit Druck in einer Wasserleitung.
- Sie entsteht durch einen Unterschied im elektrischen Potenzial zwischen zwei Punkten: $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$
- **Formel:** $U = \frac{W}{Q}$ (W = Arbeit, Q = Ladung)
- **Einheit:** Volt (V), $1\,\mathrm{V} = 1\,\mathrm{J/C}$
- **Bild:** Je größer die Spannung, desto mehr Energie bekommt jede Ladung zum „Wandern“.
- **Praxis:** Batterie – Pluspol „drückt“ Elektronen Richtung Minuspol.

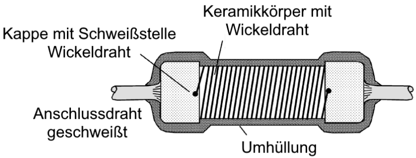


Wichtige Beziehung

$$I = \frac{dQ}{dt} \qquad \text{und} \qquad U = \frac{dW}{dQ}$$

- **Praxisbeispiel:**
  Fließt über eine Glühbirne $0{,}02$ A, dann bewegen sich pro Sekunde $0{,}02$ C von $+$ nach $-$.
- **Beobachtung:** Strom ohne Spannung? Unmöglich.
  Spannung ohne Strom? Immer möglich, solange der Stromkreis offen ist.

- **Widerstand** R gibt an, wie stark der Stromfluss behindert wird.
- **Formel:** $R = \frac{U}{I}$
- **Einheit:** Ohm (Ω)
- **Materialabhängig:** Kupfer leitet besser (niedriger R) als Eisen.
- **Mikroskopisch:** Elektronen „stoßen“ an Atome und verlieren Energie (Wärme!)
- **Praktisch:** Lange, dünne Drähte – hoher Widerstand. Dicke, kurze Drähte – niedriger Widerstand.



Vom Widerstand zum Leitwert

- **Leitwert** G ist das „Gegenteil" des Widerstands: $G = \frac{1}{R}$
- **Einheit:** Siemens (S)
- Hoher Widerstand $\Rightarrow$ kleiner Leitwert (und umgekehrt)
- **Praxis:** Ein Wasserhahn weit geöffnet $\rightarrow$ großer Leitwert, kleine „Bremse".

- **Arbeit** W: Die Energie, die durch Bewegung der Ladung aufgebracht wird.
- **Leistung** P: Arbeit pro Zeit; $P = \frac{dW}{dt} = U \cdot I$
- **Beispiel:** Eine 60 W-Glühbirne „verbraucht" bei 230 V einen Strom von $I = \frac{P}{U} = 0{,}26$ A.
- **Energieabrechnung:** In kWh (Kilowattstunden) gemessen, z.B. auf der Stromrechnung.

Der rote Faden: Wie hängt alles zusammen?

Ladung (Q)	$\rightarrow$	**Stromfluss** ($I = dQ/dt$)
Strom + Widerstand ($U = R \cdot I$)	$\rightarrow$	**Spannung**
Strom & **Spannung** ($P = U \cdot I$)	$\rightarrow$	**Leistung**

- Jede spätere Schaltung baut auf diesem Zusammenspiel auf!

Zusammenfassung: Die vier Grundgrößen

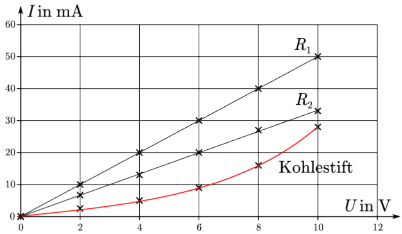
- **Ladung** Q [C], **Strom** I [A], **Spannung** U [V], **Widerstand** R [Ω]
- $U = R \cdot I \qquad Q = I \cdot t$
- $1\,\mathrm{C} = 1\,\mathrm{A} \cdot 1\,\mathrm{s}$

- **Elektrische Ladung** Q (Einheit: Coulomb [C])
  Maß für die „Menge“ an Elektrizität (z.B. Elektronenmenge)
- **Elektrischer Strom** I (Einheit: Ampere [A])
  $I = \frac{dQ}{dt}$ – Fluss der Ladung pro Zeit
- **Elektrische Spannung** U (Einheit: Volt [V])
  Potenzialdifferenz; treibt den Strom durch einen Leiter
- **Elektrischer Widerstand** R (Einheit: Ohm [Ω])
  Maß für die Behinderung des Stroms durch ein Bauteil

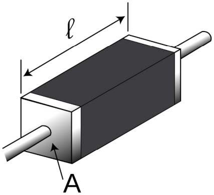
Formel

$$U = R \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad I = \frac{U}{R} \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{U}{I}$$

- **Bedeutung:** In Metallen (und vielen anderen Leitern, aber nicht in jedem!) ist die Stromstärke proportional zur angelegten Spannung – der Proportionalitätsfaktor ist der Widerstand R.
- **Experiment:** Spannung über einen Draht erhöhen $\rightarrow$ Strom nimmt linear zu.
- **Einheit:** $[R] = \Omega$ (Ohm), $[U] = \mathrm{V}$, $[I] = \mathrm{A}$



- **Nicht jeder Leiter ist GLEICH gut!**
- **Spezifischer Widerstand:** ρ [Einheit: $\Omega\,\mathrm{mm}^2/\mathrm{m}$]
- **Formel für den Widerstand eines Drahts:**
  $R = \rho \cdot \frac{\ell}{A} = \frac{\ell}{\gamma \cdot A}$
  - ℓ = Länge des Leiters
  - A = Querschnittsfläche des Leiters
  - ρ = materialspezifisch (z. B. Kupfer, Aluminium)
  - γ = spezifischer Leitwert, Einheit $\mathrm{S\,m}^{-1}$
- **Praxis:** Dicke, kurze Kupferleitungen haben einen geringen Widerstand.



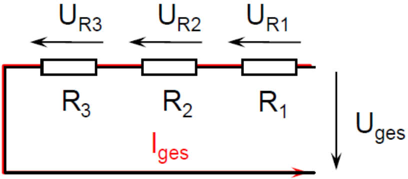
Typische Widerstandswerte im Alltag

- **Leitfähige Materialien (Metalle):** $\sim \mathrm{m}\Omega$ bis wenige Ω
- **Widerstände für Elektronik:** $1\,\Omega$ bis $10\,\mathrm{M}\Omega$
- **Isolatoren (z. B. Kunststoff, Luft):** $> 10^{12}\,\Omega$
- **Praxisfrage:** Warum ist ein Kupferkabel ein guter Leiter, ein Kunststoffkabel dagegen nicht?
- **Antwort:** liefert das Bändermodell

- **Messprinzip:** Ohmmeter legt eine kleine Spannung an und misst den Strom – daraus wird R berechnet.
- **Wichtig:** Nur im spannungslosen Zustand messen, sonst Ergebnis verfälscht!
- **Symbol im Schaltplan:** Ω (Widerstand), Ohmmeter oft als eigenes Messgerät gezeichnet.
- **Fehlerquellen:** Kontaktwiderstände, falsche Messbereichswahl, feuchter Finger am Messpunkt

Reihenschaltung von Bauteilen

- **Widerstände:** $R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + \ldots$
- **Induktivitäten:** $L_{\text{ges}} = L_1 + L_2 + \ldots$
- **Kapazitäten:** $1/C_{\text{ges}} = 1/C_1 + 1/C_2 + \ldots$
- **Strom:** Gleich in allen Bauteilen
- **Spannung:** Addiert sich über alle Bauteile

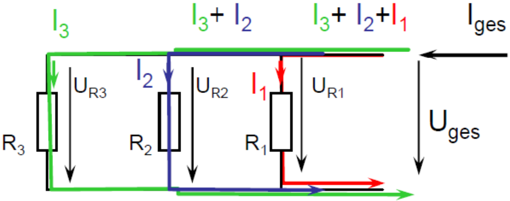


Reihenschaltung von Widerständen

- **Gesamtwiderstand:** $R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n$
- **Strom:** In der Reihenschaltung überall gleich groß
- **Spannung:** Teilt sich auf die einzelnen Widerstände auf ($U_{\text{ges}} = U_1 + U_2 + \ldots$)
- **Beispiel:** (Alte) Weihnachtslichterkette – ein Lämpchen kaputt, Stromkreis unterbrochen!

Parallelschaltung von Bauteilen

- **Widerstände:** $1/R_{\text{ges}} = 1/R_1 + 1/R_2 + \ldots$
- **Induktivitäten:** $1/L_{\text{ges}} = 1/L_1 + 1/L_2 + \ldots$
- **Kapazitäten:** $C_{\text{ges}} = C_1 + C_2 + \ldots$
- **Spannung:** Über alle Bauteile gleich
- **Strom:** Addiert sich über alle Zweige



Parallelschaltung von Widerständen

- **Gesamtleitwert:** $G_{\text{ges}} = G_1 + G_2 + \ldots = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots$
- **Gesamtwiderstand:** $R_{\text{ges}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots\right)^{-1}$
- **Spannung:** An jedem Widerstand gleich
- **Strom:** Teilt sich auf die Zweige auf
- **Praxis:** Steckdosen im Haus = Parallelschaltung – fällt eine aus, bleiben die anderen an.

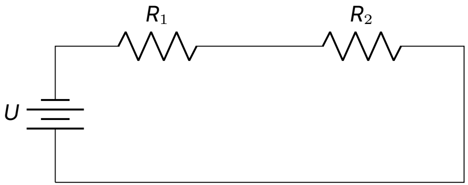
Vergleich: Reihen- vs. Parallelschaltung zusammengefasst

	Reihenschaltung	Parallelschaltung
Strom	überall gleich	teilt sich auf
Spannung	teilt sich auf	überall gleich
Gesamtwiderstand	größer Einzelwiderstände	kleiner Einzelwiderstände

Mini-Aufgabe: Schaltung analysieren

Gegeben: Zwei Widerstände $R_1 = 100\,\Omega$, $R_2 = 200\,\Omega$ in Reihe an $U = 12\,\text{V}$

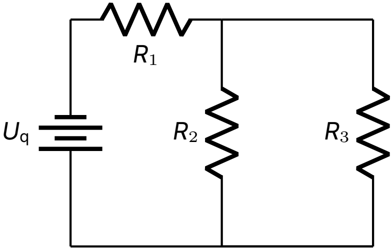
- **Fragen:**
  1. Wie groß ist der Gesamtwiderstand?
  2. Wie groß ist der Strom?
  3. Wie groß ist die Spannung an R_2?



Lösung:

1. $R_{\text{ges}} = 300\,\Omega$
2. $I = \frac{U}{R_{\text{ges}}} = \frac{12\,\text{V}}{300\,\Omega} = 0{,}04\,\text{A}$
3. $U_2 = R_2 \cdot I = 200\,\Omega \cdot 0{,}04\,\text{A} = 8\,\text{V}$

- **Gegeben:** $U_\mathrm{q} = 10\,\mathrm{V}$, $R_1 = 100\,\Omega$, $R_2 = 200\,\Omega$, $R_3 = 300\,\Omega$ in folgender Schaltung: R_2 und R_3 parallel, dann mit R_1 in Reihe an U_q.
- **Gesucht:** Strom durch R_1, R_2, R_3 und die Spannungen an den Widerständen.



Beispielaufgabe: Netzwerk berechnen

- **Gegeben:** $U_\text{q} = 10\,\text{V}$, $R_1 = 100\,\Omega$, $R_2 = 200\,\Omega$, $R_3 = 300\,\Omega$ in folgender Schaltung: R_2 und R_3 parallel, dann mit R_1 in Reihe an U_q.
- **Gesucht:** Strom durch R_1, R_2, R_3 und die Spannungen an den Widerständen.

Lösungsskizze:

1. $R_{23} = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)^{-1} = 120\,\Omega$
2. $R_\text{ges} = R_1 + R_{23} = 220\,\Omega$
3. $I_\text{ges} = \frac{U_q}{R_\text{ges}} = 0,045\,\text{A}$
4. $U_1 = I_\text{ges} \cdot R_1 = 4,5\,\text{V}$
5. $U_{23} = U_q - U_1 = 5,5\,\text{V}$
6. $I_2 = U_{23}/R_2 = 0,0275\,\text{A}$; $I_3 = U_{23}/R_3 = 0,0183\,\text{A}$
7. Kontrolle: $I_\text{ges} = I_2 + I_3$

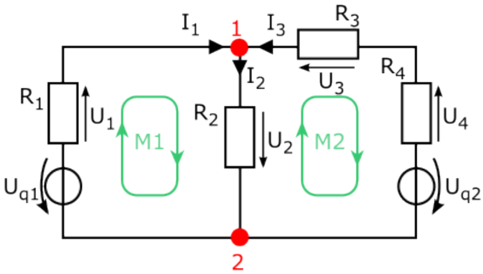
Abschluss: Was haben wir gelernt?

- Das Ohm’sche Gesetz stellt die Grundlage für alle Stromkreisberechnungen.
- Widerstände können in Reihe oder parallel geschaltet werden, jeweils mit eigenen Rechenregeln.
- Die Messung und das Verständnis typischer Fehlerquellen sind essenziell für die Praxis.

Warum brauchen wir "Kirchhoff"?

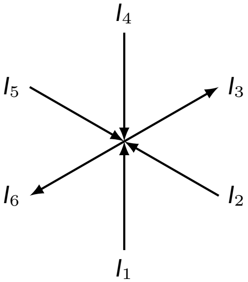
- Das Ohm'sche Gesetz gilt für einzelne Bauteile, aber in echten Schaltungen gibt es oft mehrere Stromwege.
- **Kirchhoffsche Regeln** erlauben es, beliebig komplexe Netzwerke systematisch zu analysieren.
- Grundlage jeder Schaltungsberechnung (auch in Software!)

Beispiel für ein Netzwerk:

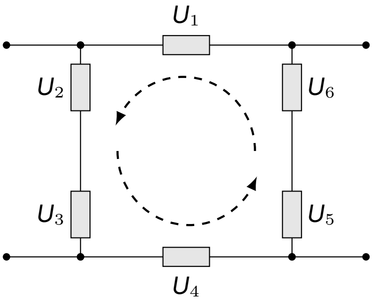


1. Kirchhoffsche Regel: Knotenregel

- **Knotenregel:** Die Summe aller Ströme, die zu einem Knoten hin- oder wegfließen, ist null.
- **Formel:** $\sum_{k=1}^{n} I_k = 0$
- **Anschaulich:** Was in einen Knoten reinfließt, muss auch wieder rausfließen!
- **Praxisbeispiel:** Parallelschaltung, Stromaufteilung an einer Verzweigung.



- **Maschenregel:** In jeder geschlossenen Masche ist die Summe aller Spannungen null.
- **Formel:** $\sum_{m=1}^{n} U_m = 0$
- **Anschaulich:** Die „Antriebe“ (Spannungsquellen) werden von allen „Verbrauchern“ (Widerständen, etc.) vollständig „verbraucht“.
- **Praxisbeispiel:** Reihenschaltung mit Batterie und mehreren Widerständen.



Rechenstrategie bei Netzwerken

1. Unbekannte Ströme und Spannungen im Schaltplan benennen.
2. Für jeden Knoten eine Knotenregel, für jede Masche eine Maschenregel aufstellen.
3. Gleichungssystem lösen (meist so viele Gleichungen wie Unbekannte).
4. Mit Ohm'schem Gesetz $U = R \cdot I$ die Bauteilgrößen verbinden.

Tipp: Zeichne alle Pfeile und Vorzeichen sorgfältig ein!

- **Spannungsteiler:** Zwei Widerstände in Reihe teilen die Spannung auf:

$$U_2 = U_{\text{ges}} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

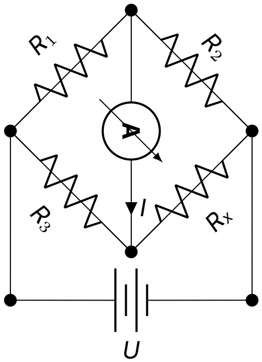
- **Stromteiler:** Zwei Widerstände parallel teilen den Strom auf:

$$I_2 = I_{\text{ges}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

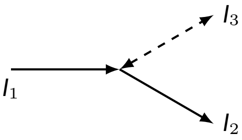
- **Anwendung:** Messwiderstände, Vorwiderstände für LEDs

Brückenschaltung – Präzisionsmessung von Widerständen

- **Wheatstone - Brücke:** Vier Widerstände zu einem Quadrat, Diagonale als Messpfad
- **Prinzip:** Durch Vergleich zweier Spannungsteiler lässt sich ein unbekannter Widerstand exakt bestimmen.
- **Abgleich:** Brücke ist „abgeglichen", wenn kein Strom durch das Messgerät fließt. Hochpräzise Messung im Labor
- **Formel:** $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x}$ (bei Abgleich)



Aufgabe:
An einem Knoten treffen drei Leitungen zusammen. Es fließen $I_1 = 2$ A hinein, $I_2 = 1{,}2$ A hinaus. Wie groß ist der dritte Strom I_3? Geben Sie Richtung und Wert an.



Lösung:

$$I_{\text{Knoten}} = I_1 - I_2 + I_3 = 0$$
$$\Rightarrow I_3 = I_2 - I_1 = 1{,}2\,\text{A} - 2\,\text{A} = -0{,}8\,\text{A}$$

Interpretation: I_3 fließt *aus dem Knoten heraus*.

Knotenanalyse (1/2):

1. Wandle alle Spannungsquellen im Schaltbild in Stromquellen um.
2. Wähle einen beliebigen Knoten als Bezugsknoten (empfohlen: möglichst großen Knoten, an dem viele Leitungen zusammenkommen).
3. Für jeden Knoten werden die sogenannten **Knotenspannungen** definiert. Die Spannungspfeile beginnen am jeweiligen Knoten und enden beim Bezugsknoten. Bei M Knoten gibt es $M - 1$ Knotenspannungen.
4. Stelle für jeden Knoten eine unabhängige Knotengleichung auf, indem die Ströme über die Potentialdifferenzen, geteilt durch die Widerstände, ausgedrückt werden:

$$I_n = \frac{\Delta\varphi}{R_m}$$

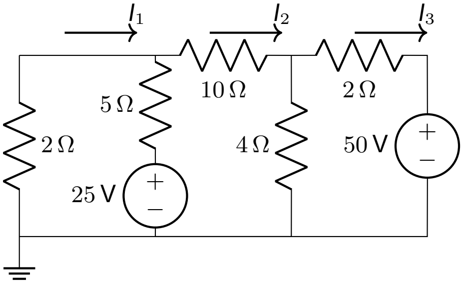
Knotenanalyse (2/2):

5. Dies ergibt ein Gleichungssystem mit so vielen Gleichungen, wie unbekannte Potentiale vorhanden sind. In Matrixschreibweise:

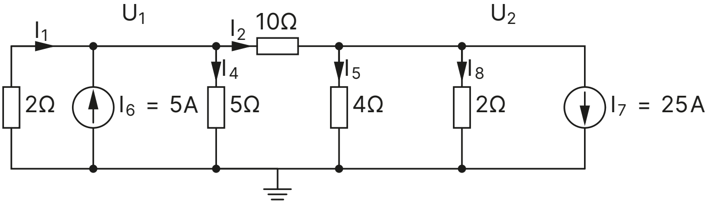
$$\mathbf{G}\mathbf{U} = \mathbf{I}$$

   Dabei ist **G** die Leitwertmatrix (symmetrisch, enthält Summen der Leitwerte aller Zweipole). **U** enthält die Knotenspannungen, **I** enthält die Stromquellen.
6. Sind die Knotenspannungen berechnet, erhält man die Spannungen an den Zweipolen sofort aus der Differenz der Knotenspannungen an den beiden Klemmen.

** Bei einem Zweipol sind die Ströme an beiden Anschlüssen identisch.*



- In der dargestellten Abbildung werden alle Spannungsquellen und Knoten beschriftet. Die Richtung der Ströme I_1, I_2, I_3 ist eingezeichnet.



- Nach Umwandlung der Spannungs- in Stromquellen lassen sich nun die Gleichungen für die verschiedenen Knoten aufstellen.

Beispiel Knotenanalyse (3/3) – Gleichungen und Matrixform

Nun stellen wir die Gleichungen für die verschiedenen Knoten auf:

Knoten U_1:

$$\frac{-U_1}{2\,\Omega} - \frac{U_1 - U_2}{10\,\Omega} - \frac{U_1}{5\,\Omega} = -I_6$$
$$\text{mit} \quad I_6 = 5\,\text{A}$$

Knoten U_2:

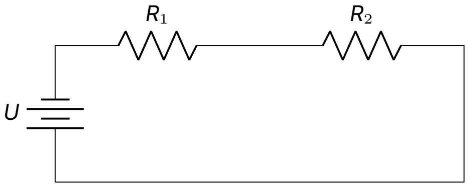
$$\frac{U_1 - U_2}{10\,\Omega} - \frac{U_2}{2\,\Omega} - \frac{U_2}{4\,\Omega} = I_7$$
$$\text{mit} \quad I_7 = 25\,\text{A}$$

In Matrixschreibweise:

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} - \frac{1}{10} - \frac{1}{5} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{1}{10} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 25 \end{pmatrix}$$

Beispiel 2: Maschenregel anwenden

Aufgabe:
Eine Spannungsquelle $U = 9\,\text{V}$ ist mit zwei Widerständen $R_1 = 1\,\text{k}\Omega$, $R_2 = 2\,\text{k}\Omega$ in Reihe verbunden. Wie groß ist die Spannung an R_2?



Lösung:

- Gesamtwiderstand: $R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 = 3\,\text{k}\Omega$
- Strom: $I = \frac{U}{R_{\text{ges}}} = \frac{9\,\text{V}}{3\,\text{k}} = 3\,\text{mA}$
- Spannung an R_2: $U_2 = I \cdot R_2 = 3\,\text{mA} \times 2\,\text{k}\Omega = 6\,\text{V}$

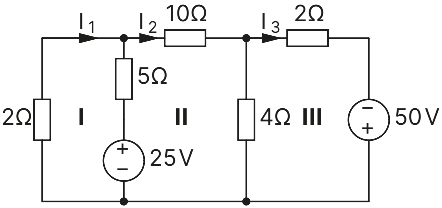
1. Man wandelt alle Stromquellen in Spannungsquellen um.
2. Bei der Methode der Maschengleichungen definieren wir Maschenströme und notieren für diese die Maschengleichungen. Maschenströme sind in einer Masche zirkulierende Ströme.

   Das Auffinden von unabhängigen Maschen ist etwas schwieriger als das Auffinden unabhängiger Knoten bei der Knotenanalyse. Man kann systematisch Maschen solange erzeugen, bis jeder Zweipol zu mindestens einer Masche gehört und muss dabei lediglich beachten, dass jede neue Masche einen zuvor noch nicht berücksichtigten Zweipol enthält, natürlich versucht man möglichst kleine Maschen zu wählen.
3. Man notiert nun die Maschengleichungen, in denen die Spannungen über idealen Spannungsquellen bekannt sind und die Spannungen über Widerständen R_k durch $I_k = U_k/R_k$ ersetzt werden

4. Man ersetzt die Zweipolströme durch die Maschenströme und erhält die Matrizengleichung

$$\mathbf{RI} = \mathbf{U}$$

Dabei ist **R** die symmetrische Widerstandsmatrix. Die Vektoren **I** und **U** enthalten die Maschenströme und die Quellenspannungen.
5. Gleichungssystem auflösen.
6. Die unbekannten Ströme in den Zweipolen werden aus den Maschenströmen bestimmt. Dabei werden alle Maschenströme aufsummiert, welche durch den betreffenden Zweipol fließen.
7. Die unbekannten Spannungen über den Widerständen werden mit $U_k = R_k / I_k$ berechnet.



- Bei Bedarf Strom- in Spannungsquellen umwandeln (falls nötig), dann Maschengleichungen aufstellen.

I:

$$\begin{aligned} U_{2\Omega} + U_{5\Omega} + 25V &= 0 \\ I_1 \cdot 2\Omega + (I_1 - I_2)5\Omega &= -25V \end{aligned}$$

II:

$$\begin{aligned} U_{10\Omega} + U_{4\Omega} - 25V - U_{5\Omega} &= 0 \\ I_2 \cdot 10\Omega + (I_2 - I_3)4\Omega - (I_1 - I_2)5\Omega &= 25V \end{aligned}$$

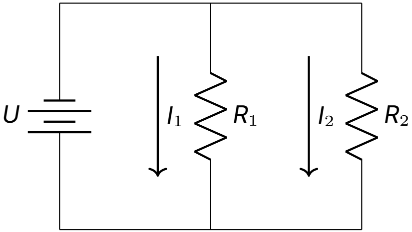
III:

$$\begin{aligned} U_{2\Omega} - 50V - U_{4\Omega} &= 0 \\ I_3 \cdot 2\Omega - (I_2 - I_3)4\Omega &= 50 \end{aligned}$$

In Matrixschreibweise:

$$\begin{pmatrix} 7\Omega & -5\Omega & 0 \\ -5\Omega & 19\Omega & -4\Omega \\ 0 & -4\Omega & 6\Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -25V \\ 25V \\ 50V \end{pmatrix}$$

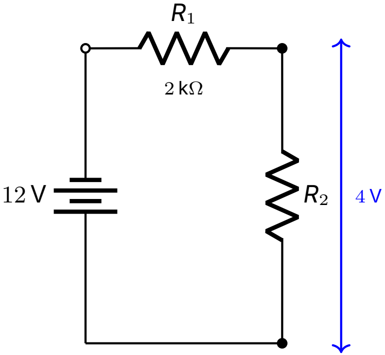
Aufgabe:
Zwei Widerstände $R_1 = 150\,\Omega$, $R_2 = 50\,\Omega$ sind parallel an eine Spannungsquelle $U = 12\,\mathrm{V}$ angeschlossen. Wie groß sind die Ströme I_1 und I_2?



Lösung:

- $I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{12\,\mathrm{V}}{150\,\Omega} = 0{,}08\,\mathrm{A}$
- $I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{12\,\mathrm{V}}{50\,\Omega} = 0{,}24\,\mathrm{A}$
- **Gesamtstrom:** $I_{\text{ges}} = I_1 + I_2 = 0{,}32\,\mathrm{A}$

Aufgabe:
Sie benötigen aus einer $12\,\text{V}$-Quelle eine Spannung von $4\,\text{V}$ für einen Sensor. Sie bauen einen Spannungsteiler aus R_1 und R_2 so, dass an R_2 $4\,\text{V}$ abfallen. $R_1 = 2\,\text{k}\Omega$, wie groß muss R_2 sein?



Aufgabe:
Sie benötigen aus einer $12\,\mathrm{V}$-Quelle eine Spannung von $4\,\mathrm{V}$ für einen Sensor. Sie bauen einen Spannungsteiler aus R_1 und R_2 so, dass an R_2 $4\,\mathrm{V}$ abfallen. $R_1 = 2\,\mathrm{k\Omega}$, wie groß muss R_2 sein?

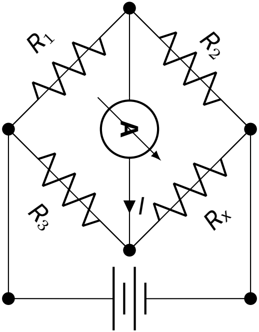
Lösung:

$$U_2 = U_{\text{ges}} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow 4 = 12 \frac{R_2}{2000 + R_2}$$

$$4(2000 + R_2) = 12R_2 \Rightarrow 8000 + 4R_2 = 12R_2 \Rightarrow 8000 = 8R_2 \Rightarrow R_2 = 1000\,\Omega$$

Beispiel 5: Wheatstone-Brücke – Unbekannten Widerstand bestimmen

Aufgabe:
Eine Wheatstone-Brücke ist abgeglichen, wenn $R_1 = 100\,\Omega$, $R_2 = 120\,\Omega$, $R_3 = 150\,\Omega$. Wie groß ist der unbekannte Widerstand R_x?



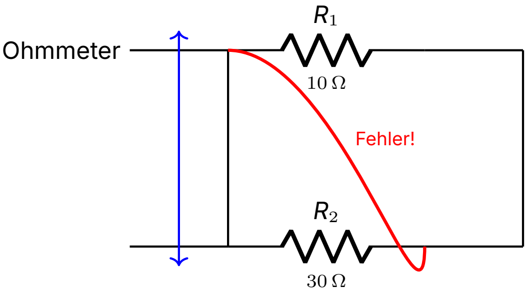
Lösung:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x} \Rightarrow R_x = R_3 \frac{R_2}{R_1} = 150\,\Omega \times \frac{120\,\Omega}{100\,\Omega} = 180\,\Omega$$

Aufgabe:
In einer Messschaltung misst das Ohmmeter $20\,\Omega$, obwohl ein $10\,\Omega$- und ein $30\,\Omega$-Widerstand parallel geschaltet sind. Wo könnte der Fehler liegen?

Diskussion:

- Berechnung Sollwert: $R_{\text{ges}} = (1/10 + 1/30)^{-1} = 7,5\,\Omega$
- **Messwert zu hoch:** Möglicher Fehler: Eine Leitung zum $30\,\Omega$-Widerstand ist unterbrochen, es fließt Strom nur durch den $10\,\Omega$-Widerstand.

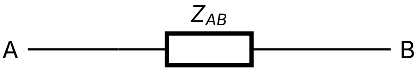


Zusammenfassung: Kirchhoff & Netzwerke

- **Kirchhoffsche Regeln** sind universell für die Berechnung aller Stromkreise.
- Mit Knoten- und Maschenregel plus Ohm'schem Gesetz lassen sich beliebig komplexe Netzwerke analysieren.
- **Brückenschaltungen** sind das Werkzeug der Wahl für exakte Widerstandsmessung.
- **Praxis:** Strukturiert zeichnen, sauber benennen, Schritt für Schritt rechnen!

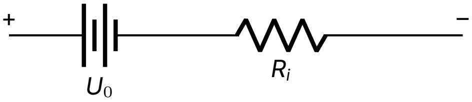
Was ist ein Zweipol?

- **Definition:** Ein Zweipol ist ein elektrisches Bauelement oder eine Schaltung mit genau zwei Anschlüssen.
- **Beispiele:** Widerstand, Kondensator, Spule, Quelle, schwarze Box
- **Vorteil:** Jeder beliebig komplexe Teil eines Netzwerks kann als Zweipol behandelt werden!



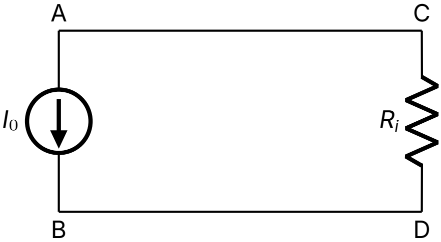
Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle

- **Reale Spannungsquelle:** Nicht ideal – besitzt einen Innenwiderstand R_i
- **Ersatzschaltbild:** Ideale Spannungsquelle U_0 + Innenwiderstand R_i in Reihe
- **Ausgangsspannung:** $U = U_0 - I \cdot R_i$
- **Praxis:** Batterie, Netzgerät, Solarzelle

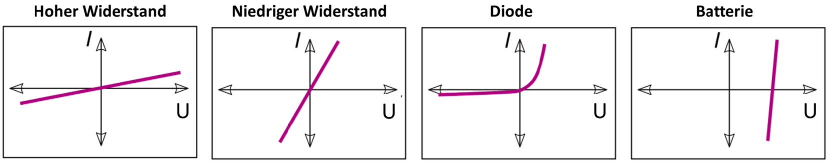


Ersatzschaltbild einer realen Stromquelle

- **Reale Stromquelle:** Nicht ideal – besitzt einen Parallel-Innenwiderstand R_i
- **Ersatzschaltbild:** Ideale Stromquelle I_0 + Innenwiderstand R_i parallel
- **Ausgangsstrom:** $I = I_0 - \frac{U}{R_i}$
- **Praxis:** Fotodiode, Labornetzteil im Stromquellenmodus



- **Kennlinie:** I-U-Diagramm; beschreibt das Strom-Spannungs-Verhalten eines Zweipols
- **Linear:** Widerstand (Ohm'sches Gesetz – Gerade)
- **Nichtlinear:** Diode, Glühlampe, Halbleiter
- **Praxis:** Kennlinie hilft beim Erkennen, Analysieren, Prüfen von Bauteilen



Merkkasten: Ideale vs. reale Quellen

- **Ideale Spannungsquelle:** U bleibt konstant, unabhängig vom Strom
- **Reale Spannungsquelle:** U sinkt bei Belastung (Innenwiderstand!)
- **Ideale Stromquelle:** I bleibt konstant, unabhängig von der Spannung
- **Reale Stromquelle:** I sinkt, wenn die Spannung steigt (Innenwiderstand!)

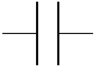
Aufgabe: Eine reale Batterie zeigt im Leerlauf $U_0 = 9\,\mathrm{V}$, unter Last mit $I = 1\,\mathrm{A}$ nur noch $U = 8,5\,\mathrm{V}$. Wie groß ist der Innenwiderstand?

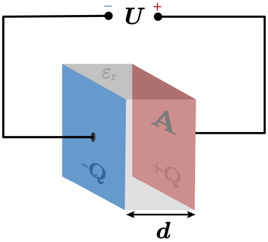
Lösung:

$$U = U_0 - I \cdot R_i \implies 8,5 = 9 - 1 \cdot R_i \implies R_i = 0,5\,\Omega$$

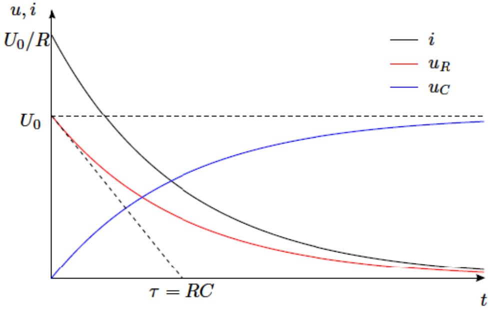
Was ist Kapazität? (Am Kondensator anschaulich erklärt)

- **Kapazität beschreibt die Fähigkeit eines Bauteils, elektrische Ladung zu speichern.**
- **Bildhafte Vorstellung:** Ein Kondensator ist wie ein „elektrischer Wassertank“: Je größer die Plattenfläche und je kleiner der Abstand, desto mehr „elektrische Ladung“ passt hinein.
- **Prinzip:** Legt man eine Spannung an die beiden Platten eines Kondensators, wandern Elektronen auf eine Platte, während auf der anderen Elektronen fehlen. Es entsteht ein elektrisches Feld.
- **Mathematisch:** $C = Q/U$ – Kapazität ist das Verhältnis von gespeicherter Ladung Q zur angelegten Spannung U.
- **Praxis:** Kondensatoren werden verwendet, um Energie kurzfristig zu speichern, Spannung zu glätten oder Signale zu filtern.
- **Alltagsbeispiel:** Akku, Blitz einer Kamera, Energiespeicher in Computern.

- **Aufbau:** Zwei Leiterplatten (Elektroden), getrennt durch einen Isolator (Dielektrikum)
- **Symbol:**  (Standardsymbol Kondensator)
- **Prinzip:** Speichert elektrische Ladung Q und Energie W im elektrischen Feld
- **Formel:** $Q = C \cdot U$
- **Kapazität:** $C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \dfrac{A}{d}$
  - A: Plattenfläche, d: Plattenabstand, ε_0: elektrische Feldkonstante, ε_r: relat. Permittivität



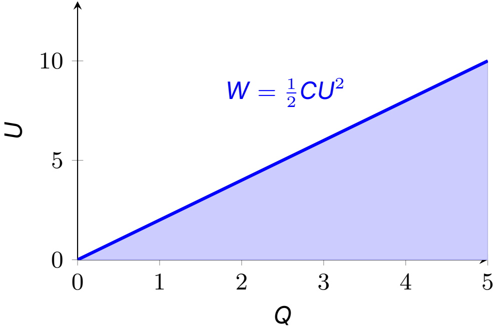
- **Ladevorgang:** Spannung steigt exponentiell an: $u_C(t) = U_0 \left(1 - e^{-t/RC}\right)$
- **Entladen:** Spannung fällt exponentiell ab: $u_C(t) = U_0 \cdot e^{-t/RC}$
- **Zeitkonstante:** $\tau = R \cdot C$
- **Praxis:** Blinkschaltungen, Filter, Energiespeicher



- **Gespeicherte Energie:**

$$W = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2$$

- **Anwendungen:**
  - Blitzgerät, Kamera, Akku, Energiespeicher in Computern (Pufferkondensator)
  - Filter in Netzteilen, Frequenzweichen, Schwingkreise
  - Koppeln/Entkoppeln von Signalen (Signalverarbeitung)
- **Bauformen:** Keramik-, Elektrolyt-, Folienkondensatoren

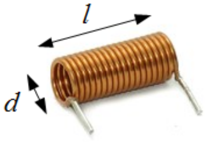


Was ist Induktivität? (Spule anschaulich erklärt)

- **Induktivität beschreibt die Fähigkeit eines Bauteils, magnetische Energie zu speichern und auf Stromänderungen zu „reagieren".**
- **Bildhafte Vorstellung:** Eine Spule verhält sich wie ein „elektrischer Schwungrad": Sie „widersetzt" sich schnellen Änderungen des Stroms.
- **Prinzip:** Fließt Strom durch eine Drahtspule, entsteht ein Magnetfeld. Ändert sich der Strom, entsteht eine Spannung, die der Stromänderung entgegenwirkt (Lenz'sche Regel).
- **Mathematisch:** $u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$ – Die erzeugte Spannung ist proportional zur Änderungsrate des Stroms.
- **Praxis:** Spulen werden eingesetzt in Filtern, zur Energieübertragung (Transformator), in Relais oder als Zündspule im Auto.
- **Alltagsbeispiel:** Netzteil „brummt" wegen Spule; Dimmer für Halogenlampe nutzt Spule zur Strombegrenzung.

Induktivität (Spule) – Aufbau und Grundprinzip

- **Aufbau:** Drahtwicklung (meist auf Eisen- oder Luftkern)
- **Symbol:**  (Standardsymbol Spule)
- **Prinzip:** Speichert Energie W im Magnetfeld, erzeugt Selbstinduktion bei Stromänderung
- **Induktivität:** $L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 A}{l}$
  - N: Windungszahl, A: Querschnitt, l: Länge, μ_0: magnet. Feldkonstante, μ_r: relat. Permeabilität
- **Einheit:** Henry (H)



- **Selbstinduktion:** Änderung des Stroms verursacht eine Spannung:

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$$

- **„Trägheit“ für Strom:** Spule „bremst“ Stromänderungen (Filterwirkung!)
- **Energie im Magnetfeld:**

$$W = \frac{1}{2} L I^2$$

- **Praxis:** Zündspule, Relais, Drosseln, Trafos, Schwingkreise

- **Kapazitäten:**
  - **Parallel:** $C_{\text{ges}} = C_1 + C_2 + \ldots$
  - **Reihe:** $1/C_{\text{ges}} = 1/C_1 + 1/C_2 + \ldots$
- **Induktivitäten:**
  - **Reihe:** $L_{\text{ges}} = L_1 + L_2 + \ldots$
  - **Parallel:** $1/L_{\text{ges}} = 1/L_1 + 1/L_2 + \ldots$
- **Praxis:** Auswahl je nach Schaltungsziel (z.B. Hochpass/Tiefpass, Filter)

Aufgabe 1: Wie groß ist die Kapazität eines Plattenkondensators mit $A = 10\,\mathrm{cm}^2$, $d = 1\,\mathrm{mm}$, $\varepsilon_r = 2{,}5$?

Lösung:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 2{,}5 \cdot \frac{10^{-3}}{10^{-3}} = 22\,\mathrm{pF}$$

Aufgabe 2: Wie viel Energie speichert eine Spule mit $L = 100\,\mathrm{mH}$, wenn $I = 0{,}5\,\mathrm{A}$?

Lösung:

$$W = \frac{1}{2} L I^2 = 0,5 \cdot 0,1 \cdot 0,25 = 0,0125\,\mathrm{J}$$

Zusammenfassung: Kapazität und Induktivität

- **Kondensatoren** speichern Energie im elektrischen Feld, **Spulen** im Magnetfeld.
- Typische Anwendungen: Filter, Energiespeicher, Frequenzweichen, Impulsgebung, Schwingkreise.
- Rechenregeln für Reihen-/Parallelschaltung, Energie, Ladung, Spannung und Strom müssen sitzen!

Wichtige Formeln und Eigenschaften

- $Q = C \cdot U$ (Ladung = Kapazität $\times$ Spannung)
- $C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$ (Plattenkondensator)
- $W = \frac{1}{2} C U^2$ (Gespeicherte Energie)
- Parallelschaltung: $C_{\text{ges}} = \sum C_i$
- Reihenschaltung: $1/C_{\text{ges}} = \sum 1/C_i$
- Zeitkonstante: $\tau = RC$

Wichtige Formeln und Eigenschaften

- $u_L = L\frac{di}{dt}$ (Induktionsspannung)
- $L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 A}{l}$ (Spule mit Kern)
- $W = \frac{1}{2} L I^2$ (Gespeicherte Energie)
- Reihenschaltung: $L_{\text{ges}} = \sum L_i$
- Parallelschaltung: $1/L_{\text{ges}} = \sum 1/L_i$
- Spule bremst schnelle Stromänderungen („Stromträgheit")

Aufgabe 1: Plattenkondensator

Ein Plattenkondensator hat die Fläche $A = 20\,\text{cm}^2$, Plattenabstand $d = 2\,\text{mm}$, $\varepsilon_r = 5$. Wie groß ist die Kapazität?
Lösung:

$$A = 20\,\text{cm}^2 = 2 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^2$$

$$d = 2\,\text{mm} = 2 \cdot 10^{-3}\,\text{m}$$

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\text{As/Vm}$$

$$C = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \times 5 \times \frac{2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} = 44{,}3\,\text{pF}$$

Aufgabe 2: Kondensator in RC-Schaltung

Ein $10\,\mu$F-Kondensator wird über 100 kΩ geladen. Nach welcher Zeit ist die Spannung am Kondensator auf 63% des Endwerts gestiegen?

Lösung:

- Zeitkonstante: $\tau = R \cdot C = 100\,000 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 1$ s
- Nach $t = \tau$ gilt: $u_C(t) = U_0(1 - e^{-1}) \approx 0,63U_0$
- **Antwort:** Nach 1 s ist $u_C = 63\%$ von U_0

Aufgabe 3: Energie im Kondensator

Wie viel Energie speichert ein $470\,\mu$F - Kondensator bei 16 V?
Lösung:

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = 0,5 \cdot 470 \cdot 10^{-6} \cdot 16^2 = 0,5 \cdot 470 \cdot 10^{-6} \cdot 256 = 0,0602\,\text{J}$$

Aufgabe 4: Spule – Induktionsspannung

Eine Spule mit $L = 5$ mH erfährt eine Stromänderung von $0 \to 2$ A in $0,01$ s. Wie groß ist die Induktionsspannung?
Lösung:

$$u_L = L\frac{\Delta i}{\Delta t} = 0,005 \cdot \frac{2}{0,01} = 1\,\mathrm{V}$$

Aufgabe 5: Energie in einer Spule

Wie viel Energie ist in einer Spule ($L = 0,2\,\mathrm{H}$), wenn sie mit $I = 3\,\mathrm{A}$ durchflossen wird?
Lösung:

$$W = \frac{1}{2} L I^2 = 0,5 \cdot 0,2 \cdot 9 = 0,9\,\mathrm{J}$$

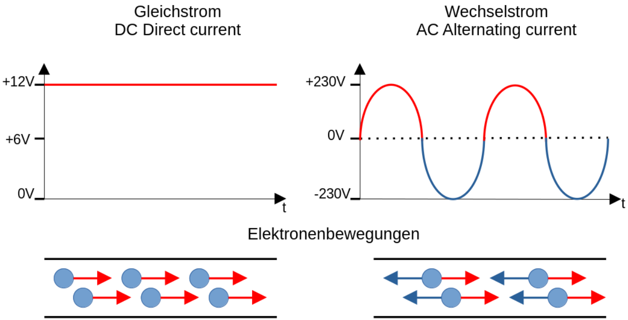
Anwendungsbeispiel: Filter

Frage: Warum kombiniert man Kondensatoren und Spulen in elektronischen Filtern? Nennen Sie ein Beispiel.

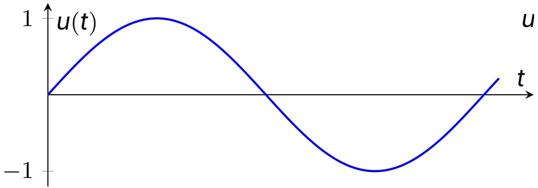
Antwort:

- **Kondensatoren**: Lassen hohe Frequenzen passieren (Hochpass)
- **Spulen**: Lassen niedrige Frequenzen passieren (Tiefpass)
- **Beispiel:** Lautsprecherweiche trennt Bass (Spule) und Hochtöner (Kondensator)

- **Gleichstrom (DC):** Fließt immer in dieselbe Richtung, Strom und Spannung sind zeitlich konstant (z. B. Batterie)
- **Wechselstrom (AC):** Richtung und Betrag ändern sich periodisch (z. B. Netzstrom)
- **Weitere Formen:** Pulsierende Ströme (Gleichstrom mit Unterbrechungen), Mischstrom (Überlagerung von DC und AC)



- **Wechselstrom (AC):** Elektrischer Strom, dessen Richtung und Betrag sich periodisch ändern.
- **Gleichstrom (DC):** Fließt immer in eine Richtung, Betrag konstant (z.B. Batterie).
- **Typisch:** Haushaltsstrom ($230\,$V, $50\,$Hz) ist Wechselstrom!
- **Sinusform:** $u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$
  - $\hat{U}$ = Scheitelwert (Amplitude), $\omega = 2\pi f$ = Kreisfrequenz, f = Frequenz
  - φ = Phasenwinkel



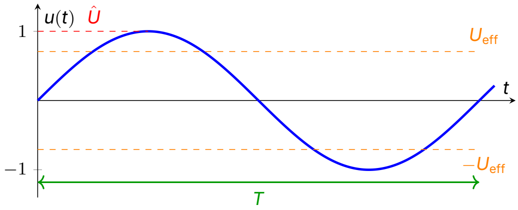
Sinusförmiger Wechselstrom – Grundbegriffe

- **Sinusfunktion:** $u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$
  - $\hat{U}$: Amplitude, ω: Kreisfrequenz, φ: Phasenverschiebung
- **Frequenz:** $f = 1/T$, $\omega = 2\pi f$
- **Effektivwert:** $U_{\text{eff}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$ (für sinusförmige Größen)
- **Praxis:** Netzstrom in Europa: $U_{\text{eff}} = 230\,\text{V}$, $f = 50\,\text{Hz}$

- **Frequenz:** $f = \frac{1}{T}$ (Hertz, Hz), T = Periodendauer
- **Effektivwert:**

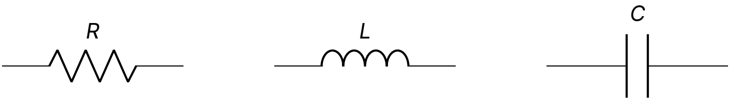
$$U_{\text{eff}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

- **Scheitelwert:** Maximaler Ausschlag der Schwingung
- **Beispiel:** Netzspannung $230\,\text{V}_{\text{eff}} \Rightarrow \hat{U} \approx 325\,\text{V}$
- **Messgeräte:** Fast alle Voltmeter zeigen den Effektivwert!



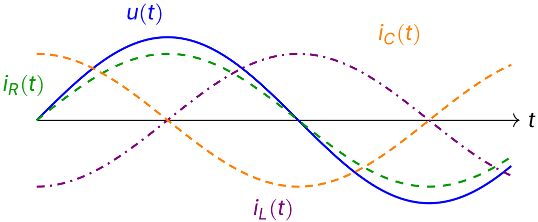
- **Sinus- und Kosinusfunktion:**
  $u(t) = \hat{U}\sin(\omega t + \varphi)$
  $i(t) = \hat{I}\sin(\omega t + \varphi + \alpha)$
- **Zeiger (Phasor):**
  - Schnelle Rechnungen möglich!
  - $U = \hat{U}e^{j\varphi}$ (komplexe Darstellung)
- **Beispiel:** $U = 230\,\mathrm{V}_{\mathrm{eff}}\angle 0^\circ$

- **Widerstand im Wechselstrom:** Nennt man *Impedanz* Z
- **Formeln:**
  - Widerstand: $Z_R = R$
  - Spule: $Z_L = j\omega L$ ($j = \sqrt{-1}$)
  - Kondensator: $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$
- **Bedeutung:** Z ist ein komplexer Widerstand – Betrag und Phase!
- **Rechnen wie mit R im DC-Fall, aber komplexe Zahlen!**



Bauelement	**Impedanz Z**
Widerstand R	$Z_R = R$
Spule L	$Z_L = j\omega L$
Kondensator C	$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$

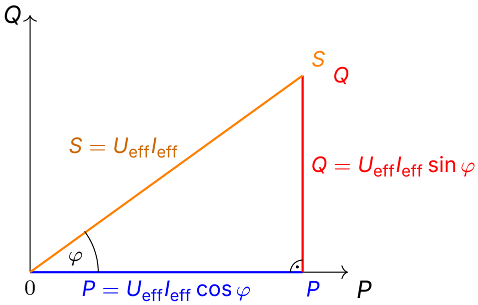
- Bei R: Strom und Spannung sind *in Phase*.
- Bei L: Strom „hinkt nach“ (90° hinter Spannung).
- Bei C: Strom „eilt voraus“ (90° vor Spannung).
- **Anschaulich:** Lampe, Spule und Kondensator reagieren unterschiedlich auf Wechselstrom. Phasenverschiebung entscheidend bei Motoren, Transformatoren, Filtern usw.



Wechselstromwiderstände: R, L, C

- **Widerstand (R):** $Z_R = R$, keine Phasenverschiebung
- **Induktivität (L):** $Z_L = j\omega L$, Strom „hinkt“ der Spannung nach ($+90°$)
- **Kapazität (C):** $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$, Strom „eilt“ der Spannung voraus ($-90°$)
- **Impedanz:** $Z =$ komplexer Wechselstromwiderstand

- **Scheinleistung:** $S = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}$ (VA)
- **Wirkleistung:** $P = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos\varphi$ (W)
- **Blindleistung:** $Q = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \sin\varphi$ (var)
- **Leistungsfaktor:** $\cos\varphi$
- **Leistungsdreieck:** $S^2 = P^2 + Q^2$
- **Praxis:** Energieversorger liefern Scheinleistung, nur Wirkleistung kann „verbraucht“ werden. Viele Geräte haben Blindleistung!



Aufgabe:
Ein Verbraucher besteht aus $R = 50\,\Omega$ und $L = 200\,\mathrm{mH}$ in Reihe an $U = 230\,\mathrm{V}$, $f = 50\,\mathrm{Hz}$.

Fragen:

1. Wie groß ist die Gesamtimpedanz Z?
2. Wie groß ist der Strom I?
3. Wie groß ist der Phasenwinkel φ?

Lösung:

- $X_L = \omega L = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,2 = 62,8\,\Omega$
- $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{50^2 + 62,8^2} \approx 80,2\,\Omega$
- $I = \frac{U}{Z} = \frac{230}{80,2} \approx 2,87\,\mathrm{A}$
- $\varphi = \arctan\left(\frac{X_L}{R}\right) \approx 51,3^\circ$

Aufgabe:
$R = 1$ k, $C = 2\,\mu$F, $U = 230$ V, $f = 50$ Hz. Berechnen Sie Z, I, φ.
Lösung:

- $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} \approx 1\,592\,\Omega$
- $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \approx \sqrt{(1\,000)^2 + (1\,592)^2} \approx 1\,880\,\Omega$
- $I = \frac{U}{Z} \approx \frac{230}{1\,880} \approx 0,122$ A
- $\varphi = -\arctan\left(\frac{X_C}{R}\right) \approx -58,4^\circ$

Aufgabe 1: Leistungsmessung am Wechselstromverbraucher

Aufgabe:
Ein Heizlüfter mit $R = 46\,\Omega$ wird an $U = 230\,\mathrm{V_{eff}}$ betrieben. Wie groß sind Scheinleistung S, Wirkleistung P und Blindleistung Q?

Lösung:

- **Nur Widerstand, daher:** $P = S$, $Q = 0$
- $I = U_{\text{eff}}/R = 230/46 \approx 5,0\,\mathrm{A}$
- $P = U_{\text{eff}} \cdot I = 230 \cdot 5,0 = 1\,150\,\mathrm{W}$
- $S = P = 1\,150\,\mathrm{VA}$
- $Q = 0$

Aufgabe 2: Leistungsmessung bei Phasenverschiebung

Aufgabe:
Ein Wechselstrommotor nimmt $I = 10\,\mathrm{A}$ bei $U = 230\,\mathrm{V_{eff}}$ auf. Der Phasenwinkel ist $\varphi = 36^\circ$ ($\cos\varphi = 0{,}81$). Berechnen Sie die Wirkleistung P und die Blindleistung Q.

Lösung:

- $S = U \cdot I = 230 \cdot 10 = 2\,300\,\mathrm{VA}$
- $P = S \cdot \cos\varphi = 2\,300 \cdot 0{,}81 = 1\,863\,\mathrm{W}$
- $Q = S \cdot \sin\varphi = 2\,300 \cdot 0{,}59 = 1\,357\,\mathrm{var}$

Aufgabe:
Eine Glühlampe (60 W) brennt 5 Stunden pro Tag, 30 Tage im Monat. Wie viel Energie (in kWh) wird verbraucht und was kostet das bei $0,40$ € pro kWh?

Lösung:

- Energie pro Tag: $E = P \cdot t = 60\,\text{W} \cdot 5\,\text{h} = 300\,\text{Wh} = 0,3\,\text{kWh}$
- Energie pro Monat: $0,3\,\text{kWh} \cdot 30 = 9\,\text{kWh}$
- Kosten: $9\,\text{kWh} \cdot 0,40\,€ = 3,60\,€$

Aufgabe:
Ein Betrieb betreibt einen großen Elektromotor (Wirkleistung $P = 12\,\text{kW}$, $\cos\varphi = 0,75$). Wie groß ist die Blindleistung? Wie viel kVar Kompensationskapazität ist nötig, um auf $\cos\varphi = 0,95$ zu kommen?

Lösung:

- Scheinleistung: $S = \frac{P}{\cos\varphi} = \frac{12\,000}{0{,}75} = 16\,000\,\text{VA}$
- Blindleistung alt: $Q_1 = \sqrt{S^2 - P^2} \approx 10\,600\,\text{var} = 10,6\,\text{kVar}$
- Ziel-Blindleistung:
  $Q_2 = S \cdot \sin(\arccos 0,95) \approx 16\,000 \cdot 0,312 = 4\,990\,\text{var} = 5,0\,\text{kVar}$
- Zu kompensieren: $Q_{\text{Komp}} = Q_1 - Q_2 = 10,6 - 5,0 = 5,6\,\text{kVar}$
- **Es wird eine Kompensationsanlage von** $5,6\,\text{kVar}$ **benötigt.**

Aufgabe 5: Impedanzberechnung und Leistung

Aufgabe: Ein Verbraucher ($R = 100\,\Omega$, $L = 200\,$mH, $C = 10\,\mu$F) wird mit $U_{\text{eff}} = 230\,$V bei $f = 50\,$Hz betrieben. **Berechnen Sie:** Impedanz Z_{ges}, Strom I_{eff} und Wirkleistung P.

Lösungsskizze:

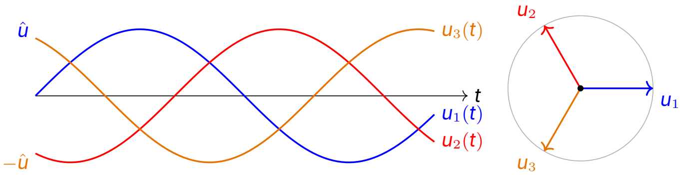
- $X_L = \omega L = 2\pi 50 \cdot 0{,}2 = 62{,}8\,\Omega$
- $X_C = 1/(2\pi 50 \cdot 10^{-5}) = 318\,\Omega$
- $Z_{\text{ges}} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$
- $I_{\text{eff}} = U_{\text{eff}} / Z_{\text{ges}}$
- $P = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos\varphi$

Zusammenfassung Wechselstrom

- Wechselstrom erfordert komplexe Rechnungen, daher verwenden wir Impedanz statt Widerstand
- Effektivwerte und Phasenwinkel sind entscheidend für die Praxis.
- Schein-, Wirk- und Blindleistung bestimmen den Energiefluss in Netzen.
- Scheinleistung ist diejenige Leistung, die wir von außen abrufen können, nutzen können wir aber nur die Wirkleistung!
- Zeigerdiagramme und das Leistungsdreieck helfen beim Überblick.

Was ist Drehstrom?

- **Drehstrom** = 3-phasiger Wechselstrom, wie er in Energieversorgung & Industrie genutzt wird.
- Drei Stränge (Phasen) mit gleichem Betrag, aber um 120° verschoben: $u_1(t), u_2(t), u_3(t)$
- **Vorteile:** Gleichmäßige Leistung, effiziente Motoren, kleinere Leitungen

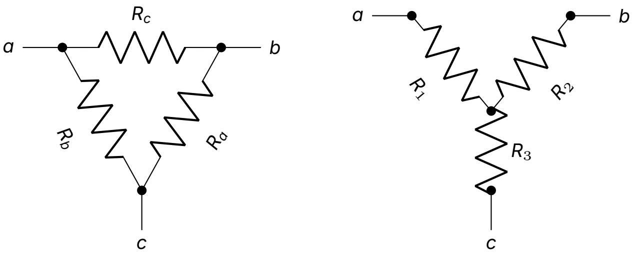


- **Drehstrom:** Drei Wechselströme gleicher Frequenz, um 120° phasenverschoben
- **Vorteile:** Gleichmäßige Belastung, einfache Leistungserhöhung, Motorantrieb
- **Spannungen:** Außenleiterspannung U_{AB}, Strangspannung U_{AN}
- **Typisch:** $U_{AB} = 400\,\mathrm{V}$, $U_{AN} = 230\,\mathrm{V}$

Warum an dieser Stelle Stern-Dreieck-Umwandlung?

- Manche Widerstandsnetzwerke lassen sich mit Reihen-/Parallelschaltung und Kirchhoff nicht direkt auflösen.
- Die **Stern-Dreieck-Transformation** (und umgekehrt) ist ein Werkzeug, um komplexe Netzwerke zu vereinfachen.
- **Praxis:** Brücken- und Maschenschaltungen in der Messtechnik, aber auch Grundlagen für Drehstromtechnik.

- **Sternschaltung (Y):** Alle Verbraucher enden an einem gemeinsamen Punkt (Neutralleiter N)
- **Dreieckschaltung (Δ):** Verbraucher werden im Kreis verschaltet
- **Begriffe:** Außenleiter (a, b, c), Strangspannung, Außenleiterspannung
- **Beziehungen:** $U_{AB} = \sqrt{3} \cdot U_{AN}$, $I_A = I_{AN}$ (Stern), $I_A = \sqrt{3} \cdot I_{AB}$ (Dreieck)
- **Praxis:** Herdanschluss, Motorenstart (Stern-Dreieck-Anlauf)



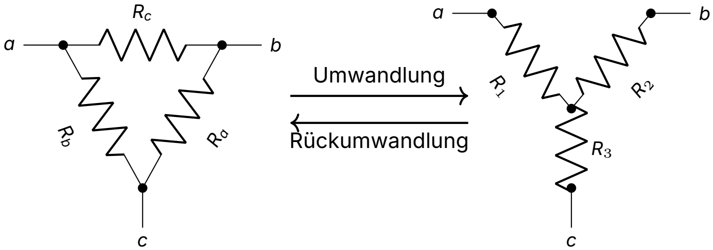
Dreieckschaltung **Sternschaltung**

Dreieck (Δ):

- Drei Widerstände bilden ein geschlossenes Dreieck
- Knoten: a, b, c
- Widerstände: R_a, R_b, R_c

Stern (Y):

- Drei Widerstände, die von den Knoten a, b, c zu einem gemeinsamen Mittelpunkt N führen
- Widerstände: R_1, R_2, R_3



Formeln: Dreieck → Stern (Δ→Y)

Gesucht: Sternwiderstände R_1, R_2, R_3

$$R_1 = \frac{R_b \cdot R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_c \cdot R_a}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a \cdot R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

- **Tipp:** Jeder Y-Widerstand ist das Produkt der beiden angrenzenden Δ-Widerstände geteilt durch die Summe aller Δ-Widerstände.

Gesucht: Dreieckwiderstände R_a, R_b, R_c

$$R_a = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}$$

$$R_b = R_1 + R_3 + \frac{R_3 \cdot R_1}{R_2}$$

$$R_c = R_2 + R_1 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}$$

- **Merke:** Jeder Δ-Widerstand ist die Summe der beiden benachbarten Y-Widerstände plus ihr Produkt geteilt durch den dritten Y-Widerstand.

Beispiel: Dreieck $\rightarrow$ Stern-Umwandlung

Aufgabe: Ein Netzwerk besteht aus $R_a = 6\,\Omega$, $R_b = 9\,\Omega$, $R_c = 3\,\Omega$ (Δ-Schaltung). Berechne die Y-Widerstände.

Lösung:

$$R_1 = \frac{R_b \cdot R_c}{R_a + R_b + R_c} = \frac{9 \cdot 3}{6 + 9 + 3} = \frac{27}{18} = 1{,}5\,\Omega$$

$$R_2 = \frac{R_c \cdot R_a}{R_a + R_b + R_c} = \frac{3 \cdot 6}{18} = \frac{18}{18} = 1\,\Omega$$

$$R_3 = \frac{R_a \cdot R_b}{R_a + R_b + R_c} = \frac{6 \cdot 9}{18} = \frac{54}{18} = 3\,\Omega$$

Beispiel: Stern $\rightarrow$ Dreieck - Umwandlung

Aufgabe: $R_1 = 2\,\Omega$, $R_2 = 3\,\Omega$, $R_3 = 6\,\Omega$ (Y-Schaltung). Berechne die Δ-Widerstände.
Lösung:

$$R_a = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} = 3 + 6 + \frac{3 \cdot 6}{2} = 9 + 9 = 18\,\Omega$$

$$R_b = R_1 + R_3 + \frac{R_3 \cdot R_1}{R_2} = 2 + 6 + \frac{6 \cdot 2}{3} = 8 + 4 = 12\,\Omega$$

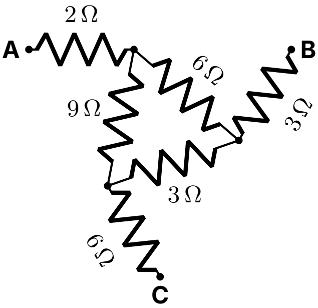
$$R_c = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3} = 2 + 3 + \frac{2 \cdot 3}{6} = 5 + 1 = 6\,\Omega$$

Praxis: Wann hilft die Umwandlung?

- Überall dort, wo Reihen-/Parallelschaltung und Kirchhoff alleine nicht zum Ziel führen.
- Besonders bei Brücken- und Maschennetzwerken.
- **Tipp:** In Prüfungen erkennt man typische Δ- oder Y-Gruppen oft an einem „Dreieck" bzw. einem „Stern" im Netzplan.
- **Auch Grundlage für Drehstrom-Schaltungen!**

Aufgabe: Im unten abgebildeten Netzwerk (Δ-Teil im Zentrum, Werte siehe Abbildung) soll der Gesamtwiderstand zwischen den Knoten A und B berechnet werden. Nutze eine Δ-Y-Umwandlung und reduziere das Netzwerk auf einen Gesamtwiderstand.

Tipp: Zuerst Umwandlung Δ→Y, dann Reihen-/Parallelschaltung.



Lösung: Gesamtwiderstand R_{AB} (mit Δ-Y-Umwandlung)

Schritt 1: Δ $\to$ Y-Umwandlung (im Zentrum)

Die Δ-Widerstände sind $R_a = 3\,\Omega$ **(zwischen B und C)**, $R_b = 9\,\Omega$ **(zwischen C und A)**, $R_c = 6\,\Omega$ **(zwischen A und B)**.

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} = \frac{9 \cdot 6}{3 + 9 + 6} = \frac{54}{18} = 3\,\Omega$$

$$R_2 = \frac{R_c R_a}{R_a + R_b + R_c} = \frac{6 \cdot 3}{18} = 1\,\Omega$$

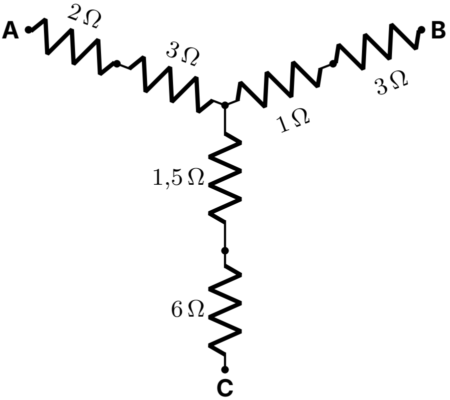
$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c} = \frac{3 \cdot 9}{18} = 1{,}5\,\Omega$$

Schritt 2: Vereinfachung des Netzwerks

- Die äußeren Widerstände ($2\,\Omega$, $3\,\Omega$, $6\,\Omega$) bleiben.
- Die Y-Widerstände verbinden jeweils zum Mittelpunkt N:
  - R_1 zwischen A und N
  - R_2 zwischen B und N
  - R_3 zwischen C und N

Schritt 2: Vereinfachung des Netzwerks

- Je zwei Widerstände sind in Reihe, die drei Zweige zwischen A, B, C laufen von außen über N parallel:



Lösung: Gesamtwiderstand R_{AB} (mit Δ-Y-Umwandlung)

Schritt 3: Errechne alle Teilsummen und Parallelwiderstände

$$
\begin{aligned}
R_A &= 2\,\Omega + 3\,\Omega = 5\,\Omega \\
R_B &= 3\,\Omega + 1\,\Omega = 4\,\Omega \\
R_C &= 6\,\Omega + 1{,}5\,\Omega = 7{,}5\,\Omega
\end{aligned}
$$

Schritt 4: Parallelschaltung dieser drei Äste (zwischen A und B):

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C}$$

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7{,}5}$$

$$R_{\text{ges}} \approx 1{,}62\,\Omega$$

Antwort: Der Gesamtwiderstand zwischen A und B beträgt etwa $\boxed{1{,}62\,\Omega}$.

Zusammenfassung: Y-Δ-Umwandlung

- Ein Werkzeug, um viele scheinbar komplizierte Netzwerke systematisch zu vereinfachen.
- Muss (wie Reihen-/Parallelschaltung) sicher beherrscht werden!
- In vielen Prüfungsaufgaben der „Trick“, um zur Lösung zu kommen.
- Achte immer auf die eindeutige Zuordnung der Indizes entsprechend dem jeweils fehlenden Knoten:
  R_a zwischen B und C, R_b zwischen C und A, R_c zwischen A und B.

Leistungsberechnung im Drehstromsystem

- **Wirkleistung:** $P = \sqrt{3} \cdot U_{AB} \cdot I_A \cdot \cos\varphi$
- **Scheinleistung:** $S = \sqrt{3} \cdot U_{AB} \cdot I_A$
- **Blindleistung:** $Q = \sqrt{3} \cdot U_{AB} \cdot I_A \cdot \sin\varphi$
- **cosφ:** Leistungsfaktor (z. B. Motoren, Transformatoren)

- **Stern:** Außenleiterspannung U_{AB} ist $\sqrt{3}$-mal so groß wie die Strangspannung U_{AN}

$$U_{AB} = \sqrt{3} \cdot U_{AN}$$

- **Dreieck:** Außenleiterspannung = Strangspannung
- **Praxis:** Steckdose zu Herd: 400 V (Außenleiter–Außenleiter), 230 V (Außenleiter–Neutralleiter)

Ströme im Drehstromsystem

- **Stern:** Strangstrom I_{AN} = Leiterstrom I_1
- **Dreieck:** Leiterstrom ist $\sqrt{3}$-mal Strangstrom:

$$I_1 = \sqrt{3} \cdot I_{AB}$$

- **Fazit:** Ströme und Spannungen verhalten sich je nach Schaltungsart unterschiedlich!

- **Formel für Wirkleistung (symmetrische Last):**

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi$$

  - U: Außenleiterspannung (400 V)
  - I: Leiterstrom
  - φ: Phasenverschiebung (z. B. durch Motorinduktivität)
- **Für symmetrische Systeme identisch für Stern und Dreieck**

Beispielaufgabe: Herdanschluss

Aufgabe: Ein Elektromotor wird an ein $400\,\mathrm{V}$-Drehstromnetz angeschlossen. Der Motor zieht $5\,\mathrm{A}$, $\cos\varphi = 0,85$. Wie groß ist die Wirkleistung?
Lösung:

$$P = \sqrt{3} \cdot 400\,\mathrm{V} \cdot 5\,\mathrm{A} \cdot 0,85 \approx 2\,948\,\mathrm{W}$$

Stern - Dreieck - Umstellung – Motoranlauf

- Elektromotoren starten oft in Sternschaltung (niedrigerer Strom!), dann Umschaltung auf Dreieck
- **Effekt:** Anlaufstrom reduziert, Motorschutz, „weicher“ Anlauf
- **Praxis:** Stern = $\frac{1}{3}$ Drehmoment und Strom im Vergleich zu Dreieck

Merkkasten: Wichtige Formeln und Tipps

- $U_{AB} = \sqrt{3} \cdot U_{AN}$
- $I_A = I_{AN}$ (Stern), $I_A = \sqrt{3} \cdot I_{AB}$ (Dreieck)
- Leistung immer mit Außenleiterspannung rechnen!
- Phasenfolge und Drehrichtung bei Motoren beachten!

Zusammenfassung Drehstrom

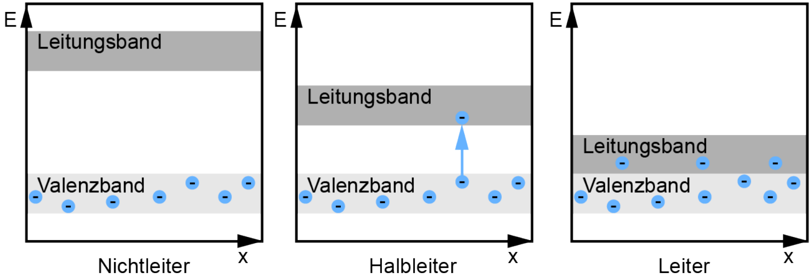
- Drehstrom = effizientes, symmetrisches Versorgungssystem für Maschinen, Haushaltsgeräte, Industrie.
- Stern/Dreieck: Schaltung, Leistungsberechnung und Sicherheit müssen verstanden werden!
- Praxisbezug: Motoranlauf, Energieverteilung, Fehlervermeidung.

Was sind passive/aktive Bauelemente?

- **Passiv:** Können keine Energie verstärken, sondern nur verarbeiten, speichern oder in Wärme umwandeln.
- **Aktiv:** Können elektrische Energie steuern, verstärken oder wandeln (benötigen meist externe Energiequelle).
- **Typische passive Bauelemente:** Widerstände, Kondensatoren, Induktivitäten
- **Typische aktive Bauelemente:** Dioden, Transistoren, Operationsverstärker, integrierte Schaltungen

Was ist ein Halbleiter?

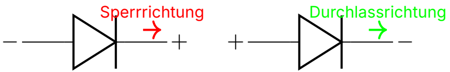
- **Eigenschaften:** Elektrische Leitfähigkeit zwischen Leitern und Isolatoren, veränderbar durch Dotierung, Temperatur, Licht
- **Typische Materialien:** Silizium (Si), Germanium (Ge)
- **Bandmodell:** Valenzband, Leitungsband, Bandlücke
- **Relevanz:** Basis für Dioden, Transistoren, Solarzellen, Mikrochips



Kleiner Exkurs: Stromleitung in verschiedenen Materialien

- **Metalle:** Stromleitung durch frei bewegliche Elektronen (Elektronengas - Modell)
- **Halbleiter:** Leitung durch Elektronen *und* „Löcher“; Leitfähigkeit gezielt veränderbar (z. B. durch Dotierung)
- **Elektrolyte:** Stromfluss durch Bewegung von Ionen (Kationen und Anionen) – z. B. in Batterien, Salzlösungen
- **Gase:** Stromfluss nur bei Ionisation (z. B. Leuchtstoffröhre, Funken)

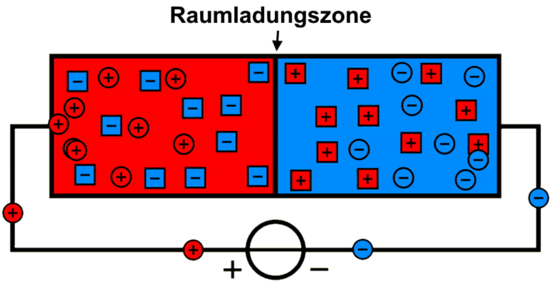
Die Diode – Funktionsweise

- **Schaltung in:** 

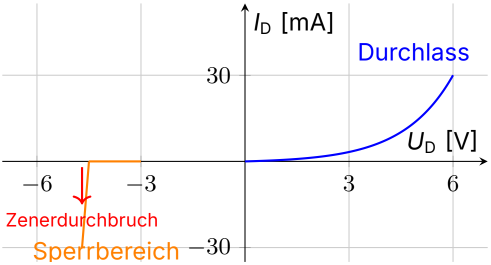
- **Aufbau:** p-n-Übergang (p-dotiert = „Lochleitung“, n-dotiert = „Elektronenleitung“)
- **Eigenschaft:** Lässt Strom nur in eine Richtung durch (Sperr- und Durchlassrichtung)
- Legt man den Pluspol der Spannungsquelle an die p-Schicht, so leitet die p-n-Schicht: Polung in Durchlassrichtung. (Rekombination möglich)
- Polt man um, legt also den Pluspol an die n-Schicht, so ist kein Stromfluss mehr möglich: Polung in Sperrrichtung. (Raumladungszone wird größer)
- **Kennlinie:** Exponentieller Verlauf (wir erinnern uns an Kennlinie zuvor)

Halbleiterdiode: Aufbau und Funktionsweise

- **Aufbau:** p-n-Übergang aus unterschiedlich dotierten Halbleiterschichten
- **Prinzip:** Lässt Strom nur in einer Richtung passieren (Durchlassrichtung), dann Rekombination in Raumladungszone
- **in Sperrrichtung:** Stromfluss ist sehr klein, aber nicht null (Sperrstrom)
- **Schwellenspannung:** Si-Diode $\approx 0{,}6$ V, Ge-Diode $\approx 0{,}3$ V



- **Nichtlinear:** Exponentieller Stromanstieg ab Schwellenspannung
- **Sperrbereich:** Nur sehr kleiner Sperrstrom, bis zur Durchbruchspannung $-U_Z$ (Zener-Effekt)
- **Zenerdurchbruch:** Ab U_Z sprunghafter Stromanstieg (typisch bei Zenerdiode)
- **Merke:** Keine „ideale" Ein-/Ausschaltfunktion!



Zenerdiode und Spezialdioden

- **Zenerdiode:** Für Sperrbereich gebaut, arbeitet bei Durchbruchspannung U_Z, hält Spannung konstant (Stabilisierung)
- **LED:** Lichtemittierende Diode – gibt Licht ab, wenn sie in Durchlassrichtung betrieben wird
- **Spezialdioden:** Fotodiode, Schottkydiode, Varaktordiode (je nach Anwendung)

Merkkasten: Eigenschaften realer Dioden

- Schwellenspannung Si-Diode $\approx 0{,}6$ V
- Kleiner Sperrstrom bis zur Durchbruchspannung
- Zenerdioden für Spannungsbegrenzung und Referenzen
- LED: Lichtfarbe und Vorwärtsspannung je nach Material (z. B. rot $\approx 1,8$ V, blau ≈ 3 V)

Aufgabe: In einer Gleichrichterschaltung sorgt eine Silizium - Diode ($U_F = 0{,}7\,\text{V}$) dafür, dass bei einer Wechselspannung von $10\,\text{V}_{\text{max}}$ in Durchlassrichtung Strom fließt. Wie groß ist die Spitzenspannung hinter der Diode?

Lösung: Die Durchlassspannung muss abgezogen werden:

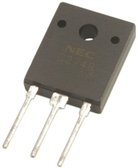
$U_{\text{max,aus}} = 10\,\text{V} - 0{,}7\,\text{V} = 9{,}3\,\text{V}$

Aufgabe: Eine $5,1\,\mathrm{V}$-Zenerdiode ist parallel zu einem Verbraucher geschaltet. Die Versorgungsspannung beträgt $8\,\mathrm{V}$, der Vorwiderstand $R_V = 150\,\Omega$. Wie groß ist der Strom durch die Zenerdiode?

Lösung:

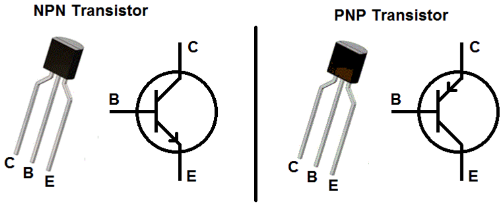
$$I = \frac{8\,\mathrm{V} - 5,1\,\mathrm{V}}{150\,\Omega} = \frac{2,9}{150} \approx 0,019\,\mathrm{A} = 19\,\mathrm{mA}$$

Der Transistor (Überblick)



- **Grundfunktion:** Strom- oder spannungsgesteuertes Schaltelement, Verstärker für niedrige Spannungen oder Ströme
- **Kennwerte:** I_B, I_C, I_E (Bipolar), U_{GS}, I_D (FET)
- **Anwendungen:** Verstärker, Schalter, Digitalschaltung, Mikroprozessor

- **Aufbau:** Drei Schichten: Emitter, Basis, Kollektor (NPN oder PNP)
- C = Collector, B = Basis, E = Emitter
- **Funktionsprinzip:** Kleiner Basisstrom steuert einen großen Kollektorstrom – Verstärker!
- **Stromsteuerung:** $I_C \approx \beta \cdot I_B$ (β: Verstärkungsfaktor, typ. 50–200)
- **Betriebsarten:** Schalter (Sättigung/Aus), Verstärker (Arbeitspunkt)



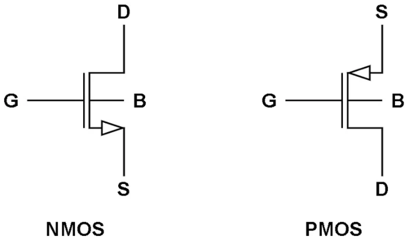
- **Unterscheidung:** Bipolartransistoren werden in npn- und pnp-Typen unterteilt
- Die Buchstabenanordnung gibt die Reihenfolge und den Dotierungstyp der Schichtung an.
- Ein BJT hat im Wesentlichen immer zwei gegeneinander geschaltete pn-Übergänge (ähnlich einer pn-Diode)

Transistor als Schalter

- **Ein/Aus:** Bei ausreichend großem I_B wird I_C „voll“ eingeschaltet – Transistor leitet
- **Praxis:** Ansteuerung von Relais, LEDs, Motoren, Digitalschaltungen
- **Berechnung:** $U_{CE,\mathrm{satt}}$ (Restspannung Kollektor - Emitter), Vorwiderstand R_B dimensionieren

- **Kleines Eingangssignal an der Basis führt zu großer Änderung am Ausgang**
- **Einsatz:** Audioverstärker, Messverstärker, Sensorik
- **Arbeitspunkt:** Stabiler Mittelwert für störungsfreien Betrieb
- **Kennlinienfeld:** Zeigt, wie I_C von U_{CE} und I_B abhängt

Feldeffekttransistor (FET) – Überblick



- **Unterschied zum BJT:** Stromsteuerung durch Spannung (Gate - Source)
- **Typen:** MOSFET, JFET
- **Kategorien:** NMOS, PMOS
- **Praxis:** Schalter in Computern, Leistungsverstärker, CMOS - Logik
- **Vorteil:** Sehr geringer Steuerstrom, hohe Schaltgeschwindigkeit

- $I_C \gg I_B$ beim BJT, Verstärkung β
- Kollektor-Emitter-Spannung U_{CE}
- Transistor-Schalter: $U_{CE,\text{satt}}$ möglichst klein
- MOSFET: Gate-Spannung steuert Stromfluss, praktisch kein Gate-Strom

Aufgabe: Eine LED ($U_{\text{LED}} = 2\,\text{V}$, $I_{\text{LED}} = 15\,\text{mA}$) soll über einen NPN-Transistor (Schaltsättigung $U_{CE,\text{satt}} = 0,2\,\text{V}$, $h_{FE} = 100$) mit $5\,\text{V}$ betrieben werden. Wie groß muss der Basisvorwiderstand R_B sein?
Lösung:

$$I_C = 15\,\text{mA}$$

$$I_B = \frac{I_C}{h_{FE}} = \frac{0,015}{100} = 0,15\,\text{mA}$$

$$U_{R_B} = 5\,\text{V} - U_{\text{LED}} - U_{CE,\text{satt}} = 2,8\,\text{V}$$

$$R_B = \frac{2,8}{0,00015} \approx 18{,}700\,\Omega$$

Beispielaufgabe: Transistor als Schalter

Aufgabe: Ein NPN-Transistor steuert eine LED ($I_{\text{LED}} = 20\,\text{mA}$) bei $U_{\text{LED}} = 2\,\text{V}$. Die Betriebsspannung ist $5\,\text{V}$. Basisstrom $I_B = 0,2\,\text{mA}$, $U_{CE,\text{satt}} = 0,2\,\text{V}$. Wie groß muss der Vorwiderstand R_V sein?

Lösung:

$$\begin{aligned} U_{\text{ges}} &= U_{CE,\text{satt}} + U_{\text{LED}} + I_{\text{LED}} \cdot R_V \\ 5 &= 0,2 + 2 + 0,02 \cdot R_V \\ R_V &= \frac{5 - 2,2}{0,02} = 140\,\Omega \end{aligned}$$

Zusammenfassung: Bauelemente & Halbleiter

- Passiv: Widerstand, Kondensator, Induktivität – Grundlage für alle analogen Schaltungen.
- Halbleiter: Dioden, Transistoren – Herz der modernen Elektronik.
- Symbolkenntnis und Funktionsverständnis sind prüfungs- und praxisrelevant!