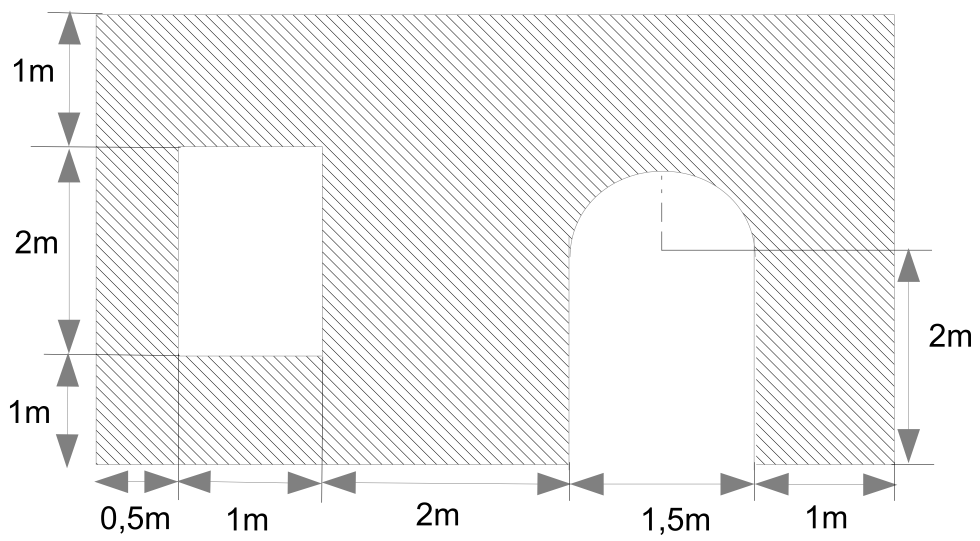
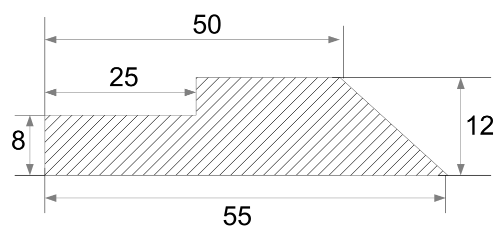
Webinar: Statik
Thema: Flächenschwerpunkt

Aufgabe 1: Flächenschwerpunkt



Bestimme für die obige Fläche den Flächenschwerpunkt!

Aufgabe 2: Flächenschwerpunkt

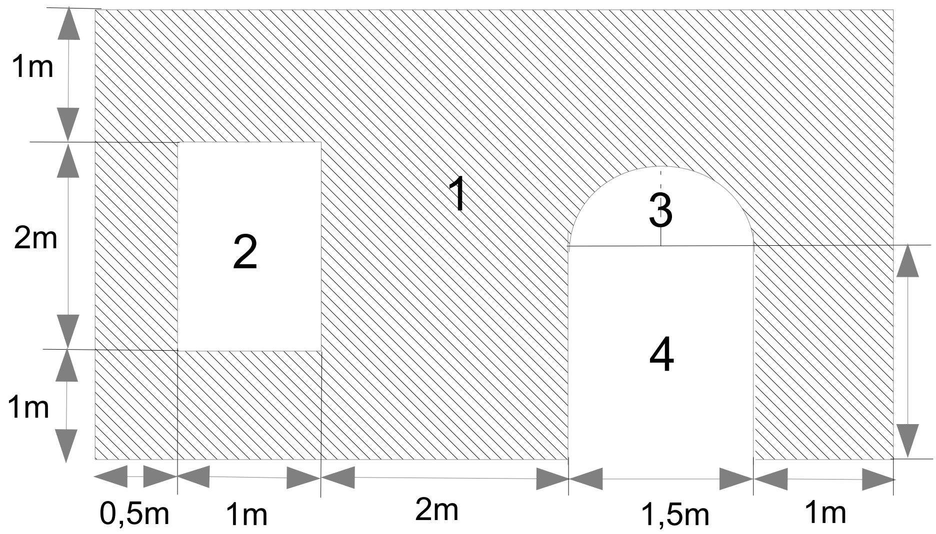


Bestimme für die obige Fläche den Flächenschwerpunkt!

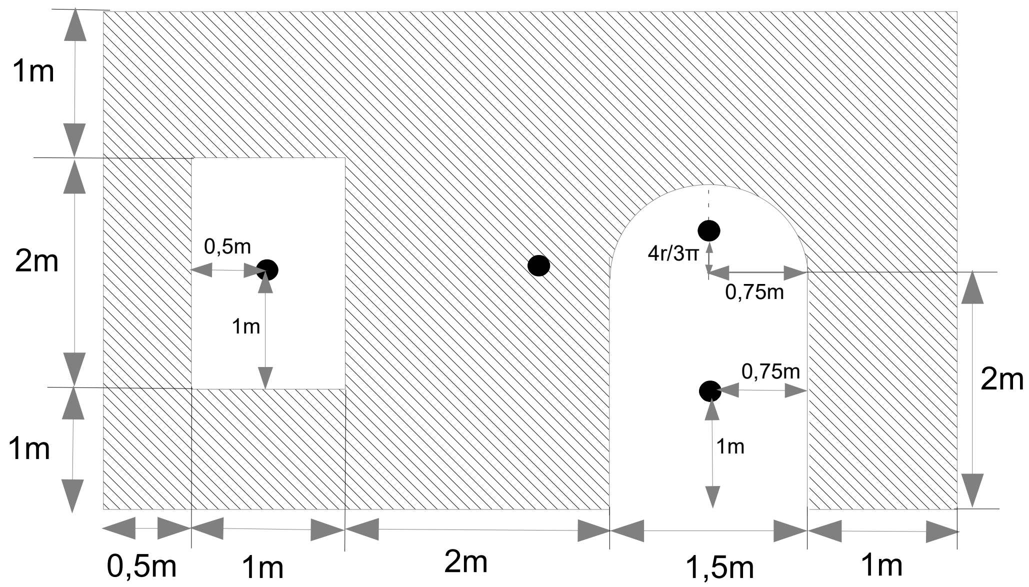
Lösung der Aufgabe 1:

1. Zerlegung der Fläche in vier Teilflächen. Die drei Aussparungen werden bei der Berechnung mit einem negativen Flächeninhalt berücksichtigt.

1. Fläche: Großes Rechteck
2. Fläche: Rechteck (Aussparung)
3. Fläche: Halbkreis (Aussparung)
4. Fläche: Rechteck (Aussparung)

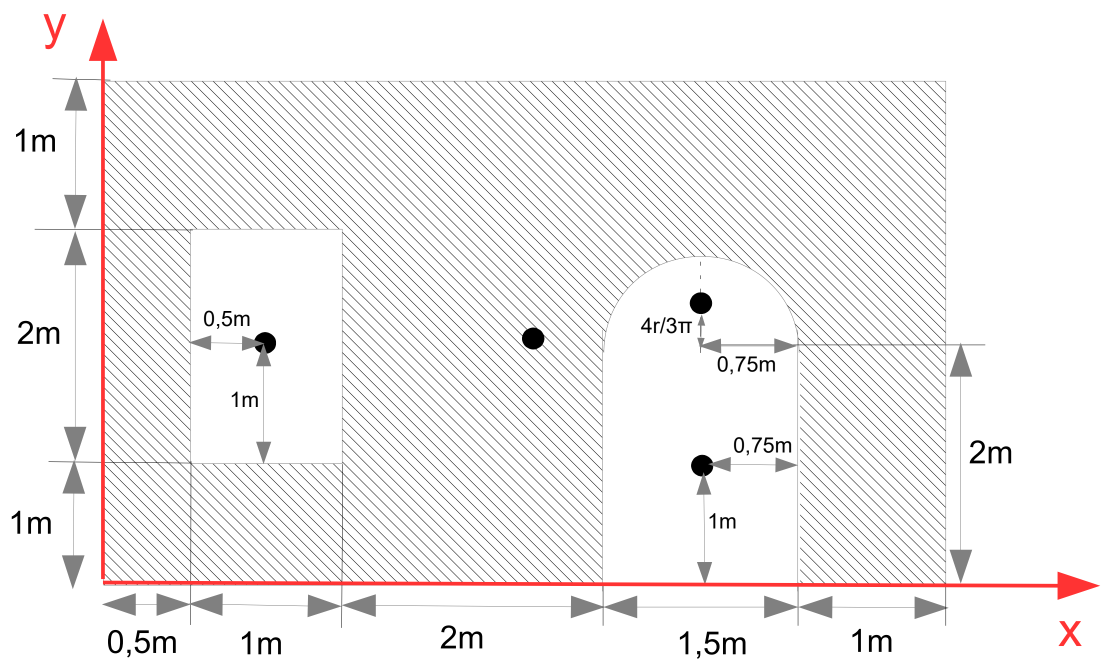


2. Danach werden die Schwerpunkte der Einzelflächen eingetragen. Bei Rechtecken liegt der Schwerpunkt in der Mitte. Bei einem Halbkreis bei $y = 4r/3\pi$:



3.Festlegung des Bezugskoordinatensystems: Das Bezugskoordinatensystem kann willkürlich gewählt werden, muss aber innerhalb der Abmessungen liegen. D.h. von den Schwerpunkten der Teilflächen müssen die Abmessungen in x- und y-Richtung zum Bezugskoordinatensystem gegeben sein.

Wir legen das Bezugskoordinatensystem an den Rand der Gesamtfläche:



4.Flächeninhalt und Abstände in x- und y- Richtung bestimmen:

Die Abstände werden immer vom Ursprung des Bezugskoordinatensystems ausgehend in Richtung der Schwerpunkte der Einzelflächen bestimmt. Gehen wir dabei in Richtung der positiven Achsen des Bezugskoordinatensystem zu den Schwerpunkten, dann wird der Abstand auch positiv berücksichtigt. Bewegen wir uns hingegen in negative Achsenrichtung zu den Schwerpunkten der Einzelflächen, so müssen wir die Abstände negativ berücksichtigen. In unserem Fall sind alle Abstände aufgrund der Lage des Koordinatensystem positiv.

1.Fläche:

$$A_1 = 6m \cdot 4m = 24m^2$$

$$x_1 = \frac{6m}{2} = 3m$$

$$y_1 = \frac{4m}{2} = 2m$$

2.Fläche:

$$A_2 = 1m \cdot 2m = 2m^2$$

$$x_2 = 0{,}5\,m + 0{,}5\,m = 1m$$

$$y_2 = 1m + 1m = 2m$$

3.Fläche:

$$A_3 = \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi \cdot (0{,}75\,m)^2 = 0{,}88\,m^2$$

$$x_3 = 0{,}5\,m + 1m + 2m + 0{,}75\,m = 4{,}25\,m$$

$$y_3 = 2m + \frac{4r}{3\pi} = 2m + \frac{4 \cdot 0{,}75\,m}{3\pi} = 4{,}32\,m$$

4.Fläche:

$$A_4 = 1{,}5\,m \cdot 2m = 3m^2$$

$$x_4 = 0{,}5\,m + 1m + 2m + 0{,}75\,m = 4{,}25\,m$$

$$y_4 = 1m$$

5.Berechnung des Flächenschwerpunktes gemäß der folgenden Formeln:

$$x_s = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i} \qquad y_s = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i}$$

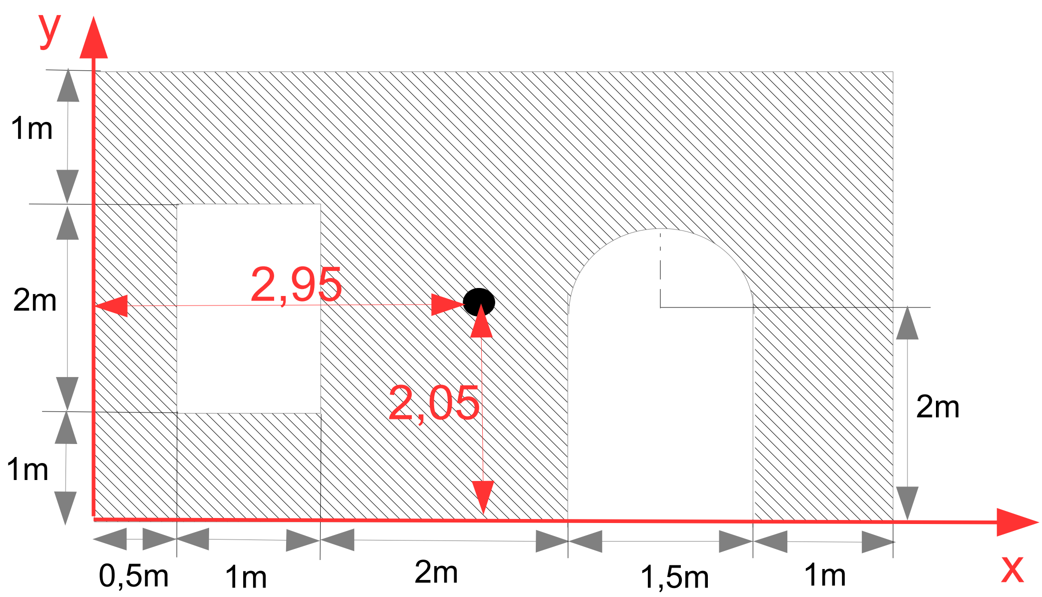
Einsetze der Werte:

$$x_s = \frac{3m \cdot 24m^2 - 1m \cdot 2m^2 - 4{,}25\,m \cdot 0{,}88\,m^2 - 4{,}25\,m \cdot 3m^2}{24m^2 - 2m^2 - 0{,}88\,m^2 - 3m^2}$$

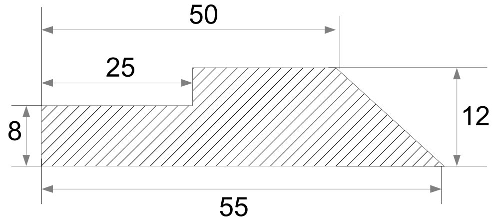
$$x_s = \frac{53{,}51\,m^3}{18{,}12\,m^2} = 2{,}95\,m$$

$$y_s = \frac{2m \cdot 24m^2 - 2m \cdot 2m^2 - 4{,}32\,m \cdot 0{,}88\,m^2 - 1m \cdot 3m^2}{24m^2 - 2m^2 - 0{,}88\,m^2 - 3m^2}$$

$$y_s = \frac{37{,}20\,m^3}{18{,}12\,m^2} = 2{,}05\,m$$

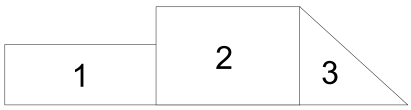


Lösung der Aufgabe 2:

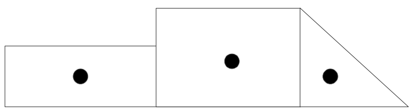


1.Zerlegung der Fläche in 3 Teilflächen.

1.Fläche: Rechteck
2.Fläche; Rechteck
3.Fläche: Dreieck

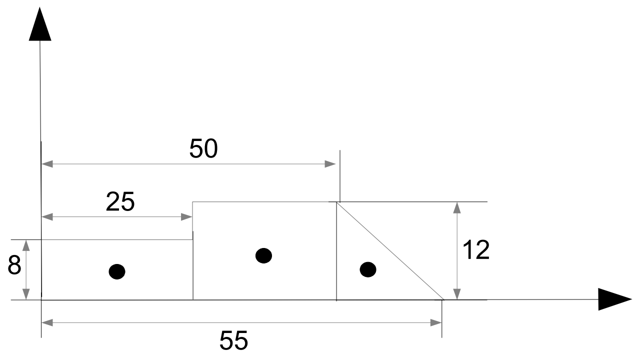


2.Danach werden die Schwerpunkte der Einzelflächen eingetragen. Bei Rechtecken liegt der Schwerpunkt in der Mitte. Bei einem rechtwinkligen Dreieck bei 1/3 der Fläche (vom rechten Winkel ausgehend):



3.Festlegung des Bezugskoordinatensystems: Das Bezugskoordinatensystem kann willkürlich gewählt werden, muss aber innerhalb der Abmessungen liegen. D.h. von den Schwerpunkten der Teilflächen müssen die Abmessungen in x- und y-Richtung zum Bezugskoordinatensystem gegeben sein.

Wir legen das Bezugskoordinatensystem an den Rand der Gesamtfläche:



4.Flächeninhalt und Abstände in x- und y- Richtung bestimmen:

Die Abstände werden immer vom Ursprung des Bezugskoordinatensystems ausgehend in Richtung der Schwerpunkte der Einzelflächen bestimmt. Gehen wir dabei in Richtung der positiven Achsen des Bezugskoordinatensystem zu den Schwerpunkten, dann wird der Abstand auch positiv berücksichtigt. Bewegen wir uns hingegen in negative Achsenrichtung zu den Schwerpunkten der Einzelflächen, so müssen wir die Abstände negativ berücksichtigen. In unserem Fall sind alle Abstände aufgrund der Lage des Koordinatensystem positiv.

1.Fläche:

$$A_1 = 8 \cdot 25 = 200$$

$$x_1 = 12{,}5$$

$$y_1 = 4$$

2.Fläche:

$$A_2 = 12 \cdot 25 = 300$$

$$x_2 = 25 + 12{,}5 = 37{,}5$$

$$y_2 = 6$$

3.Fläche:

$$A_3 = \frac{12 \cdot 5}{2} = 30$$

$$x_3 = 50 + \frac{5}{3} = 51{,}67$$

$$y_3 = \frac{12}{3} = 4$$

5.Berechnung des Flächenschwerpunktes gemäß der folgenden Formeln:

$$x_s = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i} \qquad y_s = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i}$$

Einsetze der Werte:

$$x_s = \frac{12{,}5 \cdot 200 + 37{,}5 \cdot 300 + 51{,}67 \cdot 30}{200 + 300 + 30}$$

$$x_s = 28{,}87$$

$$y_s = \frac{4 \cdot 200 + 6 \cdot 300 + 4 \cdot 30}{200 + 300 + 30}$$

$$y_s = 5{,}13$$