

**Webinar:** Elastostatik

**Thema:** Mohrscher Spannungskreis

**Aufgabe: Mohrscher Spannungskreis**

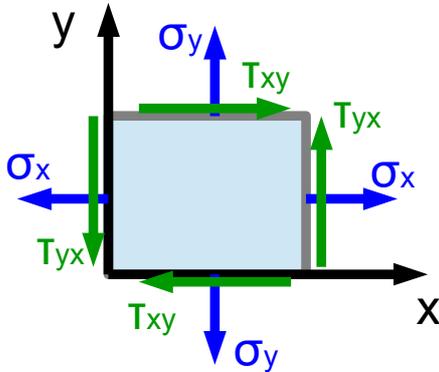
Gegeben sei der folgende ebene Spannungszustand:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 20 & -50 \\ -50 & -70 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

Bestimme zeichnerisch/rechnerisch

- (1) die Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ ,
- (2) die Hauptrichtungen,
- (3) die Hauptschubspannung und die dazugehörige Hauptrichtung,
- (4) die Spannungen für ein um  $35^\circ$  gedrehtes Koordinatensystem.

Formeln zur Überprüfung:



Ebener Spannungszustand für **positive** Spannungen

**Bestimmung der Spannungen bei Drehung des Koordinatensystems um einen Winkel  $\alpha$  :**

$$\sigma_x^* = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\alpha) + \tau_{xy} \sin(2\alpha)$$

$$\sigma_y^* = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{-\sigma_x + \sigma_y}{2} \cos(2\alpha) - \tau_{xy} \sin(2\alpha)$$

$$\tau_{xy}^* = \tau_{yx}^* = \frac{-\sigma_x + \sigma_y}{2} \sin(2\alpha) + \tau_{xy} \cos(2\alpha)$$

$\alpha$  wird positiv für eine Linksdrehung und negativ für Rechtsdrehung des Ausgangskordinatensystems

**Berechnung der Hauptnormalspannungen:**

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Bei Auftreten der Hauptnormalspannungen werden die Schubspannungen zu Null.

**Berechnung der Hauptrichtungen der Hauptnormalspannungen:**

$$\tan(2\alpha^*) = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

**Berechnung der Hauptschubspannung:**

$$\tau_{1,2} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

**Berechnung der Hauptrichtung der Hauptschubspannung:**

$$\alpha^{**} = \alpha^* \pm 45^\circ$$

**Berechnung der mittleren Normalspannung:**

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$$

Die Normalspannungen nehmen beim Auftreten der Hauptschubspannungen ihren mittleren Wert an..