Webinar: Höhere Mathematik 1
Thema: Differentialrechnung

Aufgabe 1) Ableitung

1) $f(x) = x^5 - 6x^4 + 5x^2 + 3$

2) $f(x) = \sqrt{2x^2 + 9}$

3) $f(x) = (4x + 3 \cdot \cos^2 \cdot x)^5$

a) Differenziere die obigen Funktionen!

b) Approximiere die Funktionen 1) und 2) in der Nähe von $x_0 = 1$ durch eine Gerade!

Aufgabe 2) Monotonie, Extremwert, Wendepunkt, Konkavität/Konvexität

$$f(x) = x^3 (x - 3)$$

Für die obige Funktion sollen die Monotoniebereiche, Extremwerte sowie Wendepunkte und Konkavität bzw. Konvexität bestimmt werden!

Verwendete Formeln

Ableitung:

$$f(x)=x^n \rightarrow f'(x)=n \cdot x^{n-1}$$

Tangentenbestimmung

$$g(x)=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$$

Kettenregel

$$f(x)=u[v(x)] \rightarrow f'(x)=u'[v(x)] \cdot v'(x)$$

Extremwerte

1.Ableitung bilden und Null setzen. Nullstellen x_0 berechnen.

$$f''(x)\neq 0 \qquad \begin{matrix} f''(x)>0 & \text{Minimum} \\ f''(x)<0 & \text{Maximum} \end{matrix}$$

Wendepunkte

2.Ableitung bilden und Null setzen. Nullstellen x_0 berechnen.

$$f'''(x_0)\neq 0 \qquad \begin{matrix} f'''(x_0)>0 & \text{von rechts nach links} \\ f'''(x_0)<0 & \text{von links nach rechts} \end{matrix}$$

Monotoniebereiche

1.Ableitung bilden und Null setzen. Nullstellen x_0 berechnen.
Monotoniebereiche angeben und Werte kleiner bzw. größer x_0 einsetzen, dabei gilt:

$$f'(x)\neq 0 \qquad \begin{matrix} f'(x)>0 & \text{monoton wachsend} \\ f'(x)>0 & \text{monoton fallend} \end{matrix}$$

Konkavität/Konvexität

2.Ableitung bilden und Null setzen. Nullstellen x_0 berechen.
Bereiche angegeben und durch Einsetzen kleinerer und größerer Werte in die 2. Ableitung die Konkavität bzw. Konvexität bestimmen gemäß:

$f''(x) \neq 0$ $\quad$ $f''(x) > 0$ streng konvex

$\qquad\qquad\quad$ $f''(x) < 0$ streng konkav