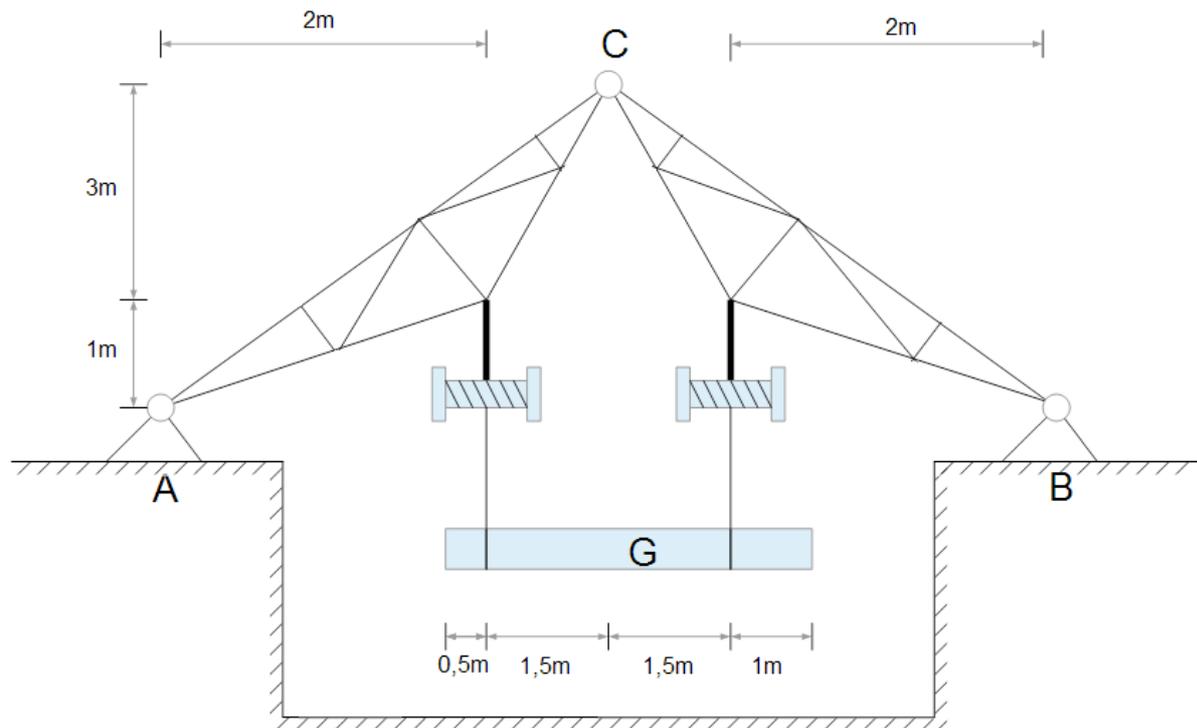


**Kurs:** Statik

**Thema:** Mehrteilige Tragwerke

**Aufgabe 1: Statische Bestimmtheit und Lagerreaktionen**



Gegeben sei ein Kran, welcher auf zwei Festlagern A und B gelagert ist. An dem Kran hängt ein Balken mit dem Gewicht von  $G = 100 \text{ KG}$ .

- Prüfe das System auf statische Bestimmtheit!
- Bestimme die Lagerkräfte A und B sowie die Gelenkkraft C!

**Verwendete Formeln:**

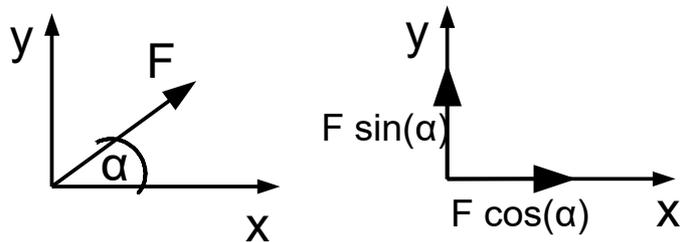
Gleichgewichtsbedingungen:

$$\sum F_{ix} = 0$$

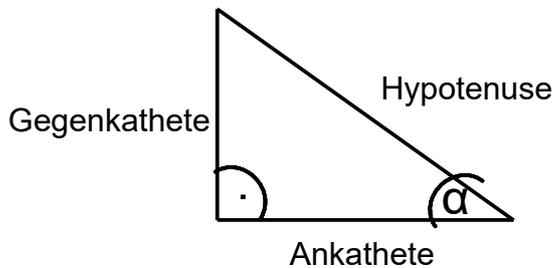
$$\sum F_{iy} = 0$$

$$\sum M^x = 0$$

Kräftezerlegung:



Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck:



$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

## Lösung der Aufgabe 1)

a) Prüfe das System auf statische Bestimmtheit!

$$v + r = 3 * n$$

r = Lagerreaktionen

v = Gelenkreaktionen

n = Teilkörper

### Lagerreaktionen:

Zwei Festlager = 4 Lagerreaktionen (jeweils eine Vertikal- und eine Horizontalkraft)

$$r = 4$$

### Gelenkreaktionen:

Das gegebene Gelenk C kann eine Vertikal- und eine Horizontalkraft übertragen:

$$v = 2$$

$$v + r = 4 + 2 = 6$$

### Teilkörper:

In der Aufgabe ist ein Gelenk C gegeben. Das bedeutet, das Tragwerk besteht aus zwei Teilkörper:

$$n = 2$$

### Statische Bestimmtheit:

$$v + r = 3 * n$$

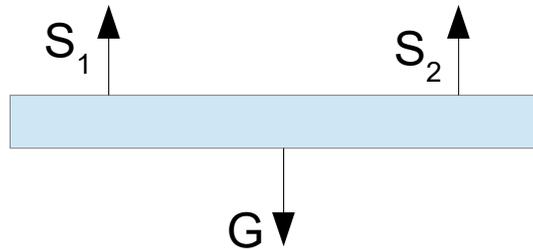
$$2 + 4 = 3 * 2$$

$$6 = 6$$

---> Statisch bestimmt!!!

b) Bestimme die Lagerkräfte A und B sowie die Gelenkkraft C!

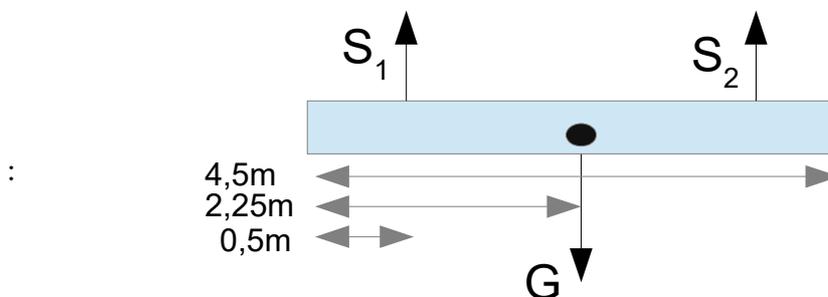
**1. Gleichgewicht am Balken:**



Die Gewichtskraft  $G$  ist gegeben,  $S_1$  und  $S_2$  müssen bestimmt werden. Mittels horizontaler Gleichgewichtsbedingung ist die Bestimmung von  $S_1$  und  $S_2$  nicht möglich, da diese vertikal gerichtet sind. Anwendung der vertikalen Gleichgewichtsbedingung:

$$\uparrow: S_1 + S_2 - G = 0$$

Da in der Gleichung zwei Unbekannte gegeben sind ( $S_1$  und  $S_2$ ) muss hier zusätzlich die Momentengleichgewichtsbedingung herangezogen werden:



Wir wählen den Bezugspunkt beliebig bei  $S_1$ :

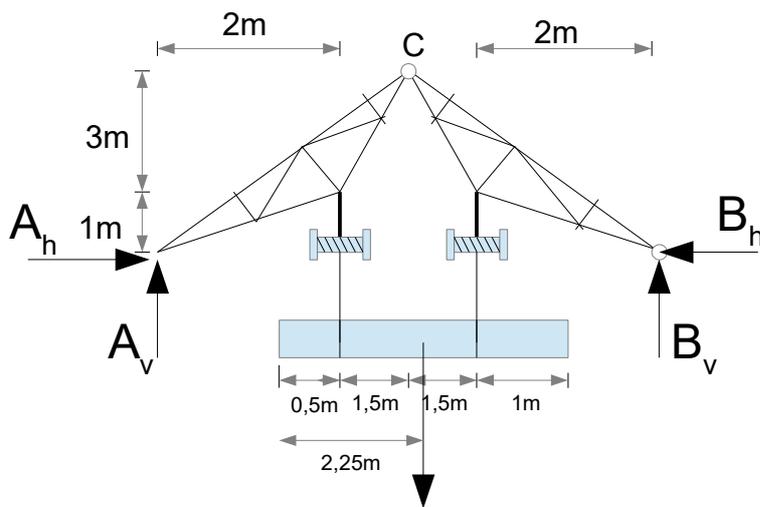
$$\curvearrowleft S_1: -G \cdot (2,25 \text{ m} - 0,5 \text{ m}) + S_2 \cdot (3 \text{ m}) = 0$$

$$S_2 = \frac{G \cdot 1,75 \text{ m}}{3 \text{ m}} = \frac{100 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,75 \text{ m}}{3 \text{ m}} = 572,25 \text{ N}$$

Anwendung der vertikalen Gleichgewichtsbedingung führt dann auf  $S_1$ :

$$S_1 = -S_2 + G = -572,25 + 981 \text{ N} = 408,75 \text{ N}$$

### 1. Gleichgewicht am Gesamtsystem:



Als nächstes können die Auflager berechnet werden. Hierzu betrachten wir zunächst das **Gesamtsystem**. Hier dürfen natürlich die Seilkräfte nicht berücksichtigt werden.

**Die horizontale Gleichgewichtsbedingung zu:**

$$\rightarrow : A_h - B_h = 0$$

**Die vertikale Gleichgewichtsbedingung führt zu:**

$$\uparrow : A_v + B_v - G = 0$$

**Die Momentengleichgewichtsbedingung am Lager A führt auf:**

$$\curvearrowleft \text{A} : -G \cdot [(2\text{m} - 0,5\text{m}) + 2,25\text{m}] + B_v \cdot (2\text{m} + 1,5\text{m} + 1,5\text{m} + 2\text{m}) = 0$$

$$B_v = \frac{G \cdot 3,75}{7\text{m}} = \frac{981 \text{ N} \cdot 3,75\text{m}}{7\text{m}} = 525,53 \text{ N}$$

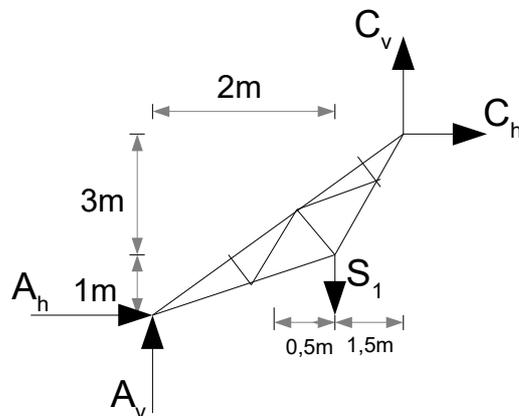
**Einsetzen in die vertikale Gleichgewichtsbedingung:**

$$A_v + 525,53 \text{ N} - G = 0$$

$$A_v = -525,53 \text{ N} + 981 \text{ N} = 455,47 \text{ N}$$

Für die horizontalen Auflagerkräfte und die Gelenkkräfte betrachten wir das Gleichgewicht an einem der Teilkörper.

**Gleichgewicht am linken Teilkörper:**



**Vertikale Gleichgewichtsbedingung:**

$$\uparrow : A_v + C_v - S_1 = 0$$

$$C_v = -A_v + S_1 = -455,47 \text{ N} + 408,75 \text{ N} = -46,71 \text{ N}$$

**Momentengleichgewichtsbedingung um A:**

$$\curvearrowleft \text{ A} : C_v \cdot (2\text{m} + 1,5\text{m}) - C_h \cdot (3\text{m} + 1\text{m}) - S_1 \cdot 2\text{m} = 0$$

$$C_h = \frac{C_v \cdot 3,5\text{m} - S_1 \cdot 2\text{m}}{4\text{m}} = \frac{-46,71 \text{ N} \cdot 3,5\text{m} - 408,75 \text{ N} \cdot 2\text{m}}{4\text{m}} = -245,25 \text{ N}$$

**Horizontale Gleichgewichtsbedingung:**

$$\rightarrow: A_h + C_h = 0$$

$$A_h - 245,25 \text{ N} = 0$$

$$\boxed{A_h = 245,25 \text{ N}}$$

**Gleichgewicht am Gesamtsystem:**

$$\rightarrow: A_h - B_h = 0$$

$$\boxed{B_h = 245,25 \text{ N}}$$