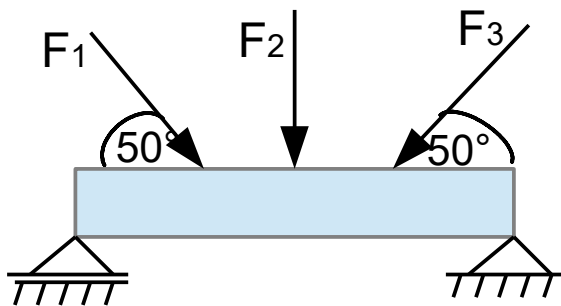


**Kurs:** Statik

**Thema:** Zentrale Kräftegruppe

**Aufgabe: Resultierende bestimmen**



**Gegeben:**

$$F_1 = 20 \text{ N}$$

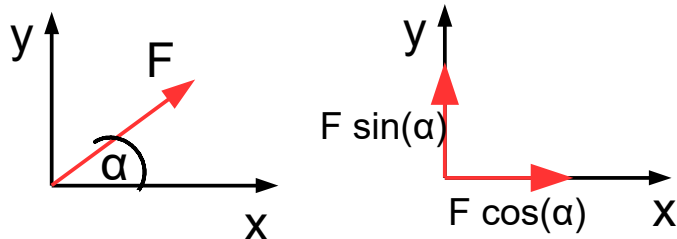
$$F_2 = 15 \text{ N}$$

$$F_3 = 25 \text{ N}$$

Gegeben seien die obigen Kräfte, welche auf einen Balken wirken. Der Balken wird durch die zwei Lager im Gleichgewicht gehalten. Es sollen nun die gegebenen 3 Kräfte, welche von oben auf den Balken einwirken, durch eine einzige Kraft ersetzt werden.

**Verwendete Formeln:**

Kräftezerlegung:



Bestimmung der Resultierenden:

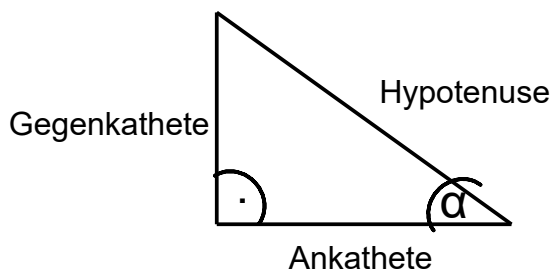
Teilresultierende in x-Richtung:  $R_x = \sum F_{ix}$

Teilresultierende in y-Richtung:  $R_y = \sum F_{iy}$

Betrag der Resultierenden:  $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

Richtung der Resultierenden:  $\tan(\alpha) = \frac{R_y}{R_x}$       Winkel zwischen R und  $R_x$

Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck:



$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

## Lösung: Resultierende bestimmen

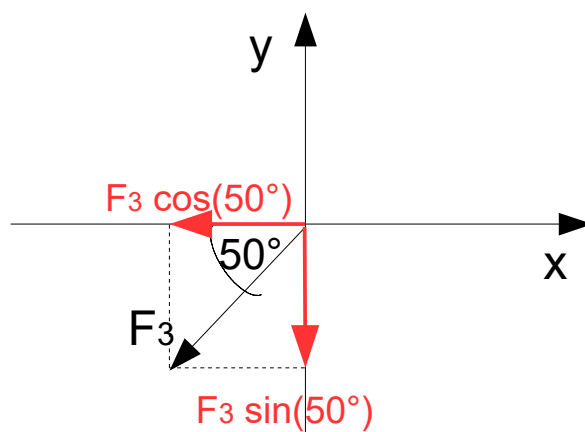
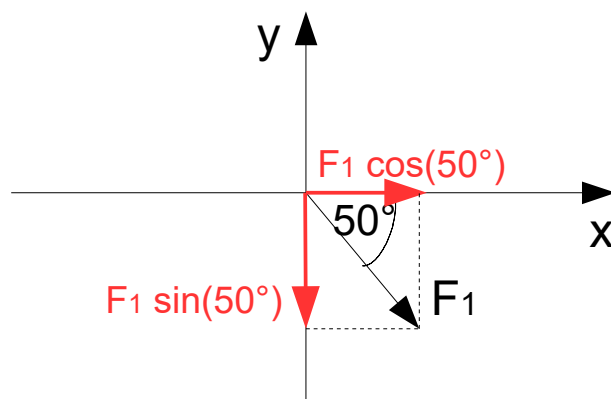
### 1. Wirkungslinie ziehen → Schnittpunkt in einem Punkt!

Die drei Kräfte schneiden sich in einem einzigen Punkt. Es liegt demnach eine zentrale Kräftegruppe vor.

### 2. Bestimmung der Resultierenden, Vorgehen:

- Kräfte in ihre Komponenten zerlegen (horizontale und vertikale Komponente)
- Komponenten zu Teilresultierenden zusammenfassen
- Betrag und Richtung der Resultierenden bestimmen

### 2. Ermittlung der Komponenten für $F_1$ und $F_3$ :



### 3. Ermittlung der Teilresultierenden:

Teilresultierende in x-Richtung (horizontal):

$$\rightarrow: R_x = \sum F_{ix}$$

$$\rightarrow: R_x = \sum F_{ix} = F_1 \cdot \cos(50^\circ) - F_3 \cdot \cos(50^\circ)$$

$$R_x = 20\text{N} \cdot \cos(50^\circ) - 25\text{N} \cdot \cos(50^\circ) = -3,21\text{N}$$

Teilresultierende in y-Richtung (vertikal):

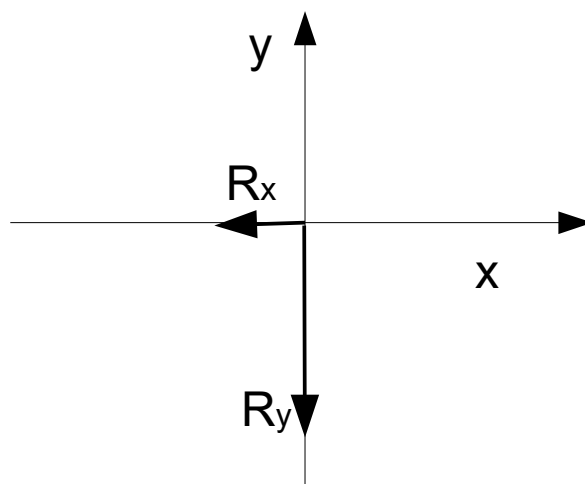
$$\uparrow: R_y = \sum F_{iy}$$

$$\uparrow: R_y = \sum F_{iy} = -F_1 \cdot \sin(50^\circ) - F_2 - F_3 \cdot \sin(50^\circ)$$

$$R_y = -20\text{N} \cdot \sin(50^\circ) - 15\text{N} - 25\text{N} \cdot \sin(50^\circ) = -49,47\text{N}$$

Was bedeuten die Minuszeichen? Wir haben alle Kräfte die in positive x-Richtung zeigen positiv angenommen und alle Kräfte die in negative x-Richtung zeigen mit einem Minuszeichen versehen. Da nun ein negativer Wert resultiert, zeigt die Teilresultierende  $R_x$  in negative x-Richtung. Analog für die Teilresultierende  $R_y$ .

### 4. Einzeichnung der Teilresultierenden:

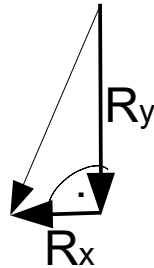


### 5. Ermittlung der Resultierenden (Betrag)

Die Resultierende kann mit dem Satz des Pythagoras bestimmt werden. Durchführung der

Vektoraddition (Aneinanderreihen der Teilresultierenden).

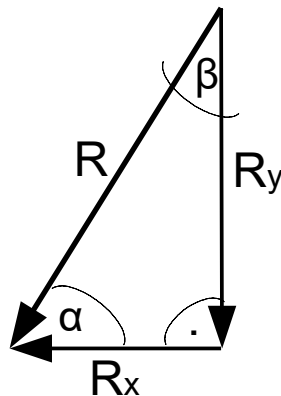
### FORMEL: Winkelberechnung am Dreieck



$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$R = \sqrt{(-3,21)^2 + (-49,47)^2} = 49,57\text{N}$$

### 6. Ermittlung der Richtung der Resultierenden



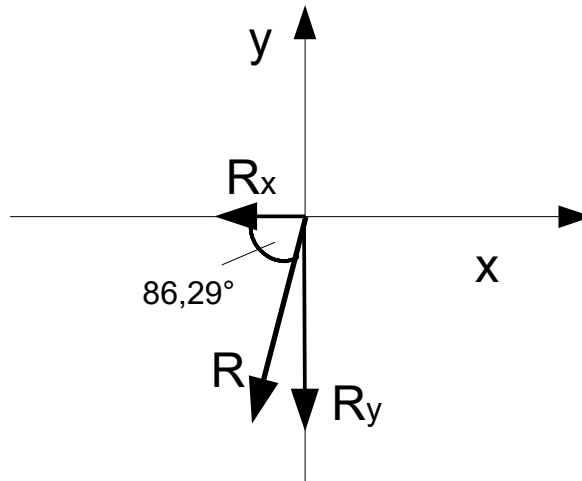
Winkel von  $R_x$  aus:  $\tan(\alpha) = \frac{R_y}{R_x}$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{R_y}{R_x}\right) = \arctan\left(\frac{-49,47\text{N}}{-3,21\text{N}}\right) = 86,29^\circ$$

Winkel von  $R_y$  aus:  $\tan(\beta) = \frac{R_x}{R_y}$

$$\beta = \arctan\left(\frac{R_x}{R_y}\right) = \arctan\left(\frac{-3,21\text{N}}{-49,47\text{N}}\right) = 3,71^\circ$$

### 7. Einzeichnung der Resultierenden (Koordinatensystem):



### 8. Einzeichnung der Resultierenden (Balken)

Angesetzt wird die Resultierende im gemeinsamen Schnittpunkt der Kräfte mit einem Winkel von  $86,29^\circ$  zur Horizontalen bzw.  $3,71^\circ$  zur Vertikalen. Danach kann die Resultierende auf ihrer Wirkungslinie verschoben werden, so dass diese am Balken angreift. Die Resultierende ersetzt die drei Kräfte und übt dieselbe Kraft auf den Balken aus wie  $F_1$ ,  $F_2$  und  $F_3$ .

