

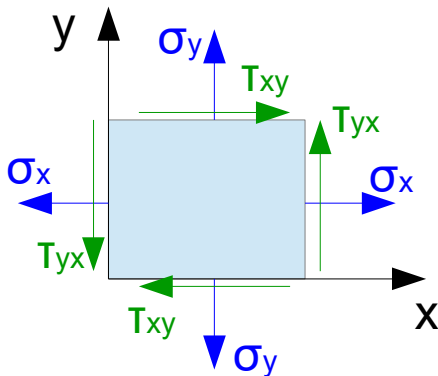
Aufgabe: Koordinatentransformation und Schnittwinkeländerung

Es sei der folgende Spannungszustand gegeben:

$$\sigma_x = -30 \text{ MPa}, \sigma_y = 15 \text{ MPa}, \tau_{xy} = 5 \text{ MPa}$$

- (1)** Bestimmen Sie die Normal- und Schubspannungen bei einem Schnittwinkel von 65° zur x-Achse!
- (2)** Bestimmen Sie die Hauptspannungen (Hauptnormalspannungen) und die dazugehörigen Hauptrichtungen!
- (3)** Bestimmen Sie die Hauptschubspannungen und die Schnittrichtungen!

Verwendete Formeln:



Spannungszustand für positive Spannungen

Bestimmung der Spannungen bei einer Drehung des Koordinatensystems um einen Winkel α :

$$\sigma_x^* = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\alpha} \cos(2\alpha) + \tau_{xy} \sin(2\alpha)$$

$$\sigma_y^* = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{-\sigma_x + \sigma_y}{2\alpha} \cos(2\alpha) - \tau_{xy} \sin(2\alpha)$$

$$\tau_{xy}^* = \tau_{yx}^* = \frac{-\sigma_x + \sigma_y}{2\alpha} \sin(2\alpha) + \tau_{xy} \cos(2\alpha)$$

Berechnung der Hauptspannungen:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Berechnung der Hauptrichtung (Hauptnormalspannungen):

$$\tan(2\alpha^*) = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

Berechnung der Hauptschubspannung:

$$\tau_{1,2} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Berechnung der Hauptrichtung (Hauptschubspannung):

$$\tan(2\alpha^{**}) = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

Berechnung der mittleren Normalspannung:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$$