

**Aufgabe 1)**

a) Bestimmen Sie die Skalarprodukte für  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  und  $\vec{a} \cdot \vec{c}$  :

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) Bestimmen Sie den eingeschlossenen Winkel zwischen  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  !

**Aufgabe 2)**

Bestimmen Sie für die zwei folgenden Vektoren den Abstand zwischen den Endpunkten:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 3)**

a) Bestimmen Sie die orthogonale Projektion des Vektors  $\vec{a}$  in Richtung des Vektors  $\vec{b}$  , wobei

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) Welche Länge besitzt der Vektor?

**Aufgabe 4)**

Bestimmen Sie die Fläche der beiden Vektoren!

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 5)

Bestimmen Sie das Volumen der drei Vektoren!

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

### Verwendete Formeln:

#### **Addition bzw. Subtraktion von Vektoren:**

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \\ a_3 - b_3 \end{pmatrix}$$

#### **Skalarprodukt:**

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\varphi) = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

#### **Länge von Vektoren:**

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

#### **Orthogonale Projektion von $\vec{a}$ auf $\vec{b}$ :**

$$\vec{a}_{\vec{b}} = \left( \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \right) \cdot \vec{b}$$

$$|\vec{a}_{\vec{b}}| = |\vec{a}| |\cos(\varphi)| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|}$$

**Vektorprodukt:**

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

**Spatprodukt:**

$$[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_2 c_3 - b_3 c_2 \\ b_3 c_1 - b_1 c_3 \\ b_1 c_2 - b_2 c_1 \end{pmatrix}$$