



2. Klausurtermin Elastostatik

Prof. Dr. K. Weinberg
Universität Siegen, Lehrstuhl für Festkörpermechanik



Dieser Kasten ist *vollständig* und *lesbar* auszufüllen!

Nachname _____	Studiengang _____
Vorname _____	Matrikelnummer _____

Die Klausur umfasst 2 Aufgaben und besteht aus zwei Seiten. Geben Sie bei jeder Teilaufgabe neben den Ergebnissen auch den Rechenweg an (Bestimmungsgleichungen). Die in der Klausur und den beiden Testaten erreichten Punkte ergeben das endgültige Klausurergebnis. Bitte sauber schreiben, unlesbare Lösungen werden *nicht* gewertet.

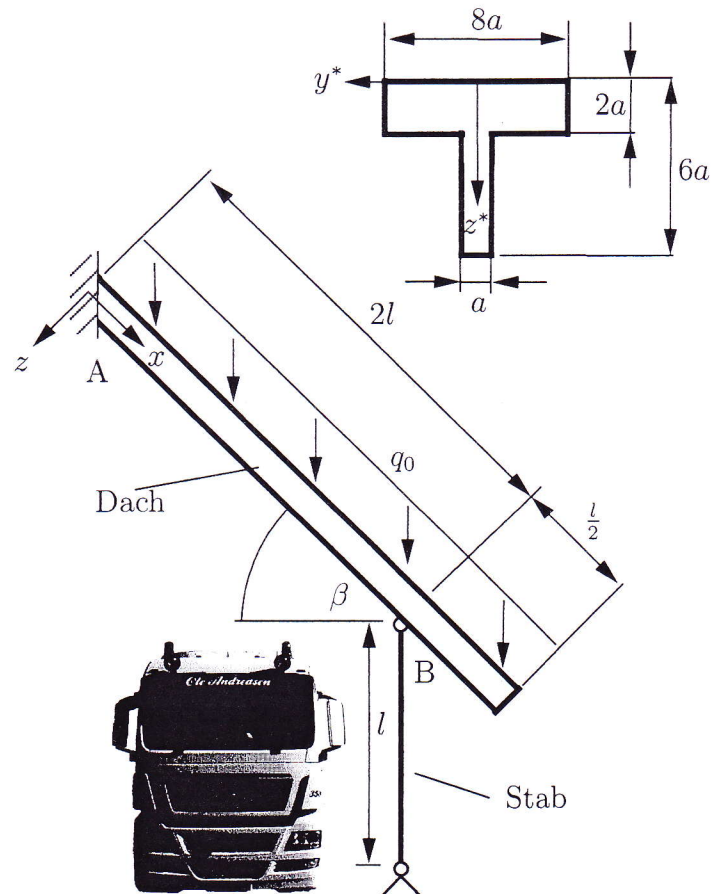
Aufgabe / max. Punkte	1 / 24	2 / 16	Σ / 40	Σ_{ges}	
erreichte Punkte					Korrektor

Aufgabe 1: [24 Punkte]

Das vereinfachte Modell des Dachs einer LKW-Laderampe bestehe aus einem Balken (E_D , I_D , α_D), mit dem angegebenen Profil. Dieser Balken ist in Punkt A unter dem Neigungswinkel β in der Hauswand fest eingespannt und wird im Punkt B durch einen beidseitig gelenkig gelagerten Stab (A_S , E_S , α_S) unterstützt. Die Wirkung des Anteils von q in Längsrichtung (x -Richtung) soll vernachlässigt werden.

Gegeben: q_0 , a , l , $\beta = 45^\circ$,
 E_D , $\alpha_D = 0$,
 A_S , E_S , α_S und ΔT .

- 1,5 (a) Bestimmen Sie den Flächenschwerpunkt des Profils.
- 3 (b) Ermitteln Sie seine Flächenträgheitsmomente I_y , I_z und I_{yz} , bezüglich des Schwerpunktkoordinatensystems.
- 2 (c) Zerlegen Sie die Streckenlast q in ihre Anteile quer zum Balken und in Balkenlängsrichtung.
- 2 (d) Geben Sie die geometrische Verträglichkeitsbedingung für die Längenänderung der Stabstütze Δl und für die Absenkung w von Punkt B an.
- 11 (e) Berechnen Sie nun die Absenkung w von Punkt B und die Längenänderung der Stabstütze Δl in Abhängigkeit von der Stabkraft S . Benutzen Sie das Superpositionsprinzip.
- 4,5 (f) Wie groß ist die Stabkraft S ?

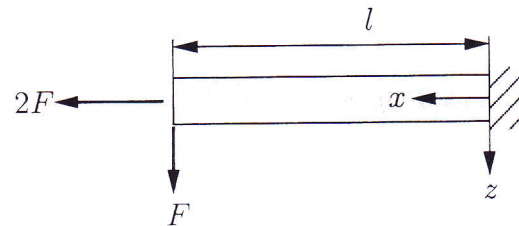
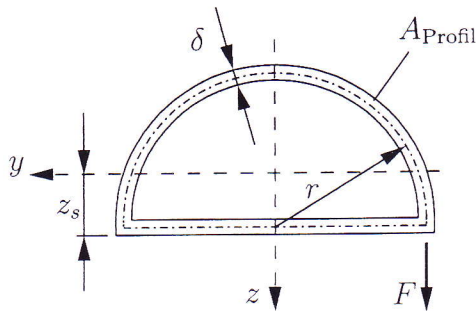


Bitte wenden!

Aufgabe 2: [16 Punkte]

Ein dünnwandiges, geschlossenes Profil ($\delta \ll r$) wird durch eine Kraft F exzentrisch belastet und ist in der Wand fest eingespannt. Zusätzlich wirkt eine Kraft $2F$ in Profillängsrichtung. Das Koordinatensystem liegt im Schwerpunkt, das Flächenträgheitsmoment I_y und die Fläche des Profils A_{Profil} sind bekannt.

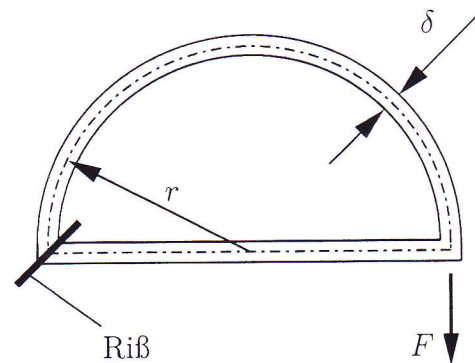
Gegeben: r , l , z_s , A_{Profil} , I_y , φ_{zul} , F , E und ν .



- 6 (a) Gesucht ist die Wandstärke $\delta_{\min}$, bei der das Profil eine gegebene Verdrehung von φ_{zul} nicht überschreitet.
- 1 (b) Wie groß ist dann die maximale Schubspannung $\tau_{\max}$ infolge Torsion?
- 6 (c) Bestimmen Sie die größte Vergleichsspannung σ_V nach der Gestaltänderungshypothese, wobei Schubspannungen durch Querkraft nicht betrachtet werden. Es soll die Stelle der höchsten Beanspruchung angegeben werden.

Durch einen Produktionsfehler reißt das Profil der Länge nach auf.

- 2 (d) Für die unter (a) errechnete Wandstärke $\delta_{\min}$ berechne man die nun eintretene Verdrehung $\varphi_{\text{Riß}}$.
- 1 (e) Wie groß ist dann die maximale Schubspannung $\tau_{\text{Riß}}$ infolge Torsion?



Aufgabe 2 (23.09.09)

a) $A_1 = 16a^2, z_{s1} = a$
 $A_2 = 4a^2, z_{s2} = 4a$

$y_s = 0$ (Symmetric)

$$\Rightarrow z_s = \frac{A_1 \cdot z_{s1} + A_2 \cdot z_{s2}}{A_1 + A_2} = \frac{16a^3 + 16a^3}{20a^2} = \frac{32}{20}a = \frac{8}{5}a \quad (1,5)$$

b) $\bar{I}_{yz} = 0$ (Symmetric) ①

$$\bar{I}_{y1} = \frac{1}{12} 8a \cdot (2a)^3 = \frac{16}{3}a^4, \quad \bar{I}_{z1} = \frac{1}{12} 2a \cdot (8a)^3 = \frac{256}{3}a^4$$

$$\bar{I}_{y2} = \frac{1}{12} a \cdot (4a)^3 = \frac{16}{3}a^4, \quad \bar{I}_{z2} = \frac{1}{12} 4a \cdot a^3 = \frac{a^4}{3}$$

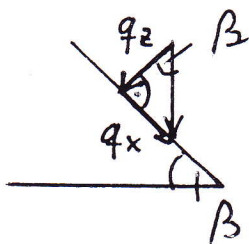
$$I_y = \sum_{i=1}^2 \bar{I}_{yi} + \sum_{i=1}^2 (z_{si} - z_s)^2 \cdot A_i$$

$$= \frac{32}{3}a^4 + \frac{9}{25}a^2 \cdot 16a^2 + \frac{144}{25}a^2 \cdot 4a^2$$

$$= \frac{32}{3}a^4 + \frac{144}{5}a^4 = \frac{592}{15}a^4 \quad (1)$$

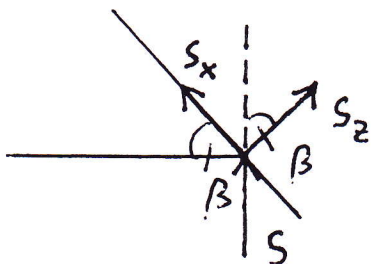
$$I_z = \bar{I}_{z1} + \bar{I}_{z2} = \frac{257}{3}a^4 \quad (1)$$

c)



$$\Rightarrow \begin{aligned} q_z &= q_0 \cos \beta \quad (1) \\ q_x &= q_0 \sin \beta \quad (1) \end{aligned}$$

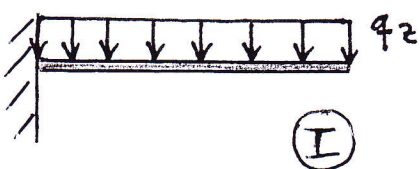
Zerlegung der Stabkraft S



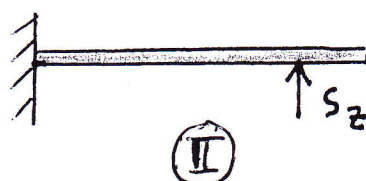
$$S_z = S \cos \beta$$

$$S_x = S \sin \beta$$

d) Kräfte-skizze:



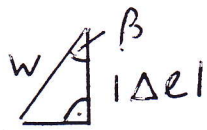
⊕



① "oder"
Formel ②

$$W_{ges}(2l) = W_I(2l) + W_{II}(2l) = W \quad (1)$$

$$\Delta l = -\frac{S \cdot l}{E_s \cdot A_s} + \alpha_s \Delta T \cdot l \quad (2.5)$$



$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{|\Delta l|}{W} \Leftrightarrow \underline{\underline{W \cdot \cos \beta = |\Delta l|}} \quad (2)$$

$$e) \quad W = \frac{q_0 \cos \beta}{24 EI} \cdot 86 l^4 - \frac{S \cos \beta}{6 \cdot EI} \cdot 16 l^3 \quad (3.5)$$

$$f) \quad W \cos \beta = |\Delta l|$$

$$\Leftrightarrow \frac{q_0 \cos^2 \beta \cdot 86 l^4}{24 EI} - \frac{S \cos^2 \beta \cdot 16 l^3}{6 \cdot EI} = \frac{S \cdot l}{E_s \cdot A_s} - \alpha_s \Delta T \cdot l \quad (2)$$

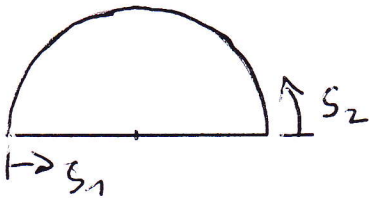
$$\Leftrightarrow S = \frac{\frac{q_0 \cos^2 \beta \cdot 43 l^3}{12 EI} + \alpha_s \cdot \Delta T}{\frac{8 l^2 \cos^2 \beta}{3 \cdot EI} + \frac{1}{E_s \cdot A_s}} \quad (2.5)$$

Aufgabe 1 (23.09.09)

a) Es gilt:

$$\varphi = \frac{M_T \cdot \ell}{G \cdot I_T} \quad (1) \quad M_T = F \cdot r \quad (0,5) \quad G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (0,5)$$

$$I_T = \frac{4 \cdot A_m^2}{\oint_C \frac{ds}{t(s)}} \quad (0,5) \quad A_m = \frac{\pi r^2}{2} \quad (0,5) \quad A_m^2 = \frac{\pi^2 r^4}{4}$$



$$\Rightarrow \oint_C \frac{ds}{t(s)} = \int_0^{2r} \frac{ds_1}{\delta} + \int_0^{\pi r} \frac{ds_2}{\delta} = \frac{r}{\delta} \cdot (2 + \pi) \quad (1,5)$$

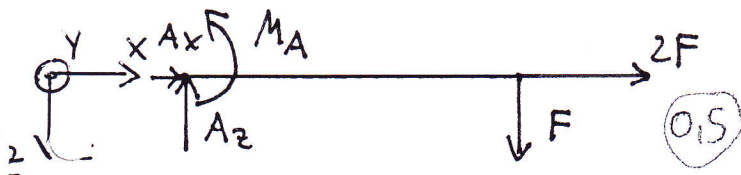
$$\Rightarrow I_T = \frac{\pi^2 r^3 \delta}{2 + \pi} \quad (0,5) \Rightarrow \varphi_{zul} \geq \varphi = \frac{F \cdot r \cdot \ell \cdot (2 + \pi)}{\pi^2 r^3 \delta \cdot G} \quad (0,5)$$

$$\Leftrightarrow \delta \geq \frac{F \cdot \ell \cdot (2 + \pi)}{\pi^2 r^2 \cdot G \cdot \varphi_{zul}}$$

$$b) \tau_{max} = \frac{M_T}{2 \cdot A_m \cdot t_{min}} = \frac{F \cdot r}{\pi r^2 \cdot \frac{F \cdot \ell \cdot (2 + \pi)}{\pi^2 r^2 \cdot G \cdot \varphi_{zul}}} \quad (1) = \frac{\pi r \cdot G \cdot \varphi_{zul}}{\ell \cdot (2 + \pi)}$$

$$= \delta_{min}$$

c) FKB:



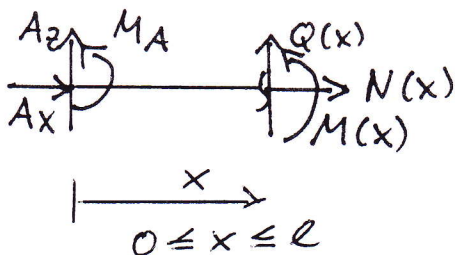
$$\sum F_x = 0: A_x = -2F$$

$$\sum F_z = 0: A_z = F$$

$$\sum M_A = 0: M_A - \ell \cdot F = 0$$

$$\Leftrightarrow M_A = F \cdot \ell$$

Biegemoment:



$$\Rightarrow N(x) = -A_x = 2 \cdot F \quad (0,5)$$

$$M(x) = A_z \cdot x - M_A = F \cdot (x - \ell) \quad (0,5)$$

$$|M_{max}| = |M(0)| = F \cdot \ell \quad (0,5)$$

$$\sigma(x, z) = \frac{M_y(x)}{I_y} \cdot z + \frac{N(x)}{A} \quad (0,5)$$

$$\sigma_{max} = \sigma(x=0, z=z_0) = -\frac{F \cdot \ell}{I_y} \cdot z_0 + \frac{2F \cdot \ell}{A} \quad (0,5)$$

$$z_0 = -(r + \delta - z_s)$$

$$\Rightarrow \sigma_v = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} \quad (0,5)$$

$$= \sqrt{\left(\frac{F \cdot l}{I_y} \cdot z_0 + \frac{2 \cdot F \cdot l}{A} \right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{\pi r G \cdot \rho_{zul}}{l \cdot (2 + \pi)} \right)^2} \quad (0,5)$$

d) Sei $\delta_{min} = \frac{F \cdot l \cdot (2 + \pi)}{\pi^2 r^2 \cdot G \cdot \rho_{zul}}$ gegeben:

Für dünnwandige Querschnitte gilt:

$$I_T = \sum_{i=1}^n \frac{1}{3} l_i \cdot t_i^3 = \frac{\delta_{min}^3}{3} r (2 + \pi) \quad (1)$$

$$\Rightarrow \rho_{Rip} = \frac{M_T \cdot l}{G \cdot I_T} = \frac{3 \cdot F \cdot l}{G \cdot \delta_{min}^3 \cdot (2 + \pi)} \quad (1)$$

$$e) \tau_{max} = \tau_{Rip} = \frac{3 \cdot M_T}{(2 + \pi) \cdot r \cdot \delta_{min}^2} = \frac{3 \cdot F}{(2 + \pi) \cdot \delta_{min}^2} \quad (1)$$