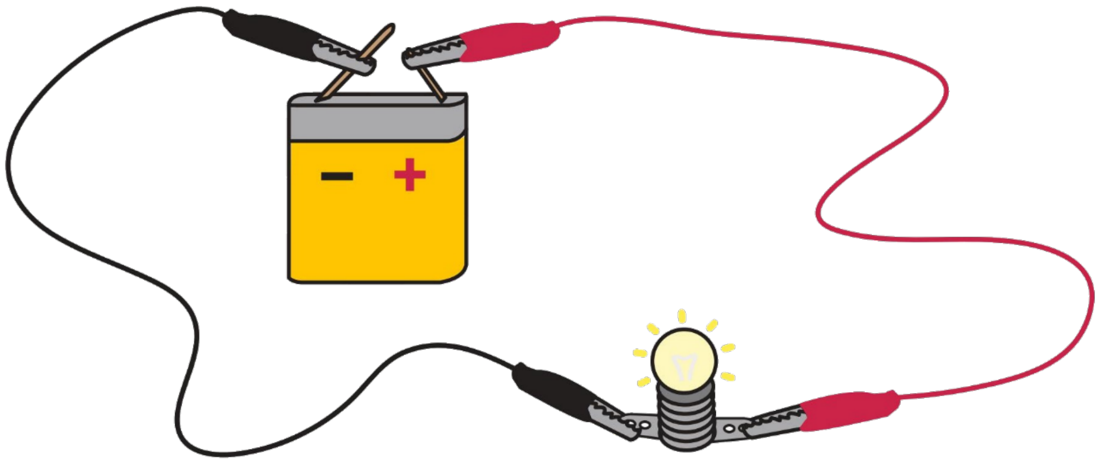
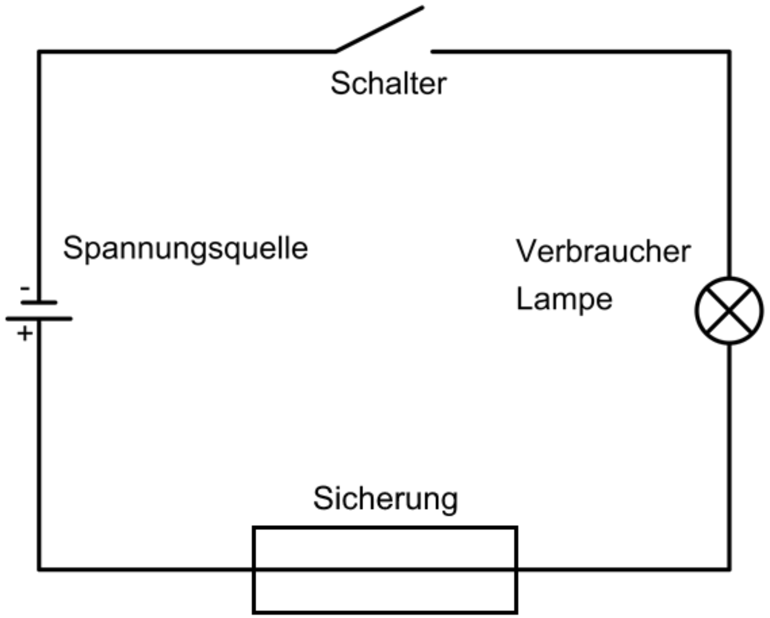
Grundlagen Elektrotechnik

Kevin Suta

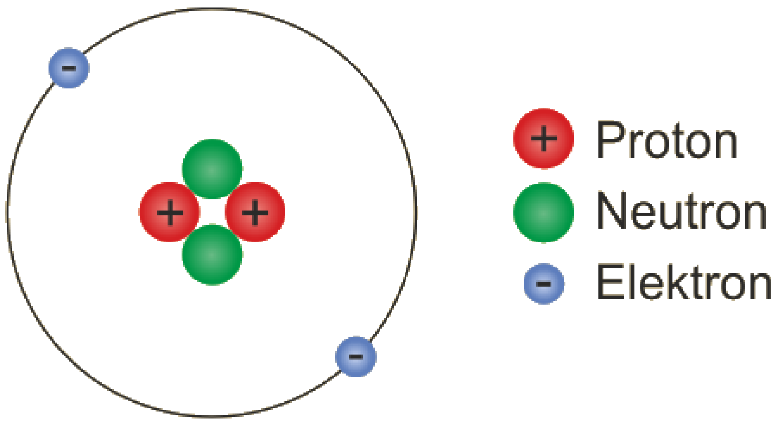
Der einfache Stromkreis





Elektrische Ladungen

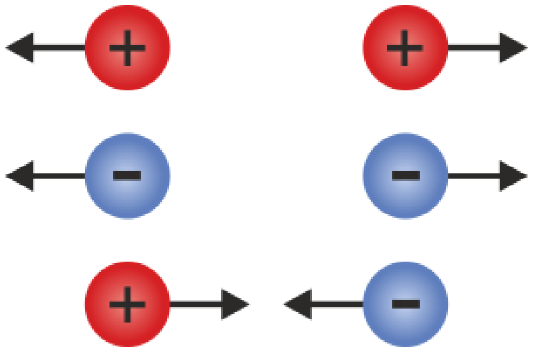
- In der Natur existieren nur zwei Arten von Ladungen: **positive** und **negative Elementarladungen** e^-



- Die Höhe der Elementarladung e^- beträgt $1{,}602 \cdot 10^{-19}\ C$

Elektrische Ladungen

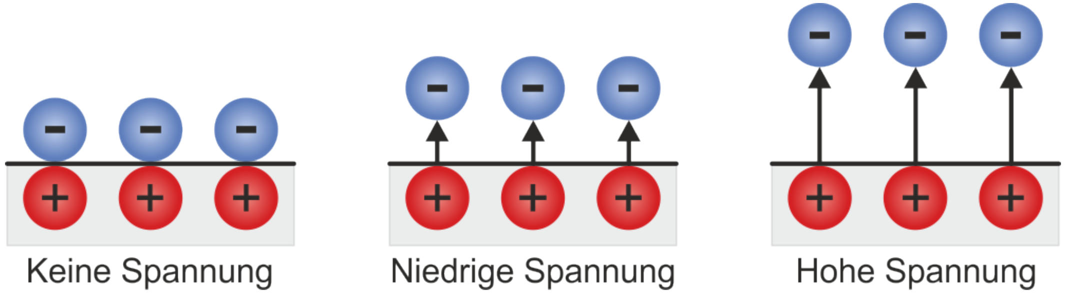
- Gleichnamige Ladungen stoßen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an...



Elektrische Spannung (oder elektrisches Potential)

- Die elektrische Spannung U zwischen zwei **Punkten** ist definiert als dessen **Potentialdifferenz** im Raum
- **Spannung ist die Triebkraft für Ladungsträger** (meistens Elektronen), sich durch einen elektrischen Leiter zu bewegen!
- Ohne Spannung hätten Elektronen keinen Grund, sich zu bewegen; Spannung wird auch als Ladungstrennung verstanden, Elektronen müssen einen „Potentialberg“ überwinden
- SI-Einheit in **Volt** (V)

$$U_{21} = \varphi_1 - \varphi_2$$



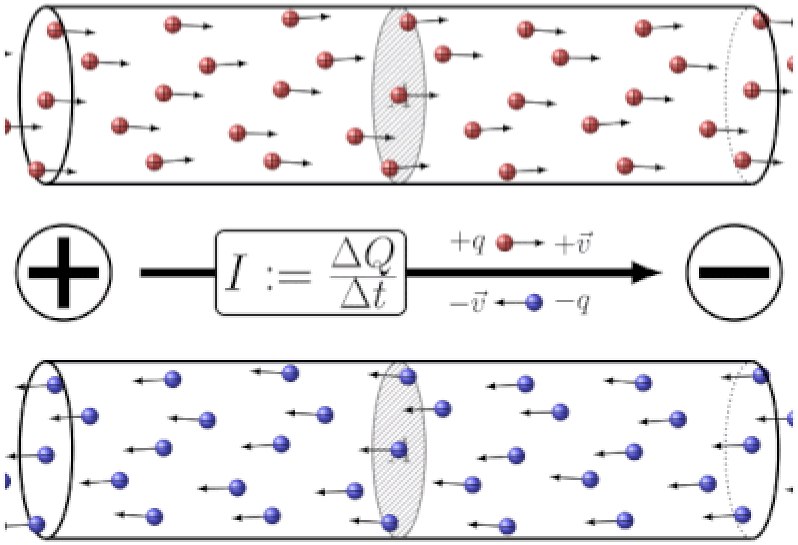
Elektrischer Strom

- Elektrischer Strom I lässt sich verstehen als die Menge an **Ladungsträgern pro Zeit**, die durch einen elektrischen Leiter fließen

- Mehr Ladungsträger pro Zeit = höhere Stromstärke!

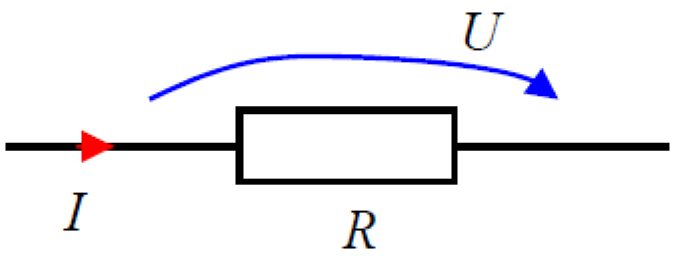
- SI-Einheit des Stroms in **Ampere** (A)

$$i = \frac{dq}{dt} \quad [i] = A$$



Ohmscher Widerstand

- Ein **ohmscher Widerstand** R wird als **idealer** Verbraucher gesehen (Verluste werden nicht berücksichtigt)
- Beschreibt, welche Spannung erforderlich ist, um eine bestimmte Stromstärke durch einen elektrischen Leiter zu schicken; SI-Einheit ist **Ohm** (Ω)
- **Strom-Spannungs-Linie** wäre im Falle des ohmschen Widerstands eine Ursprungsgerade



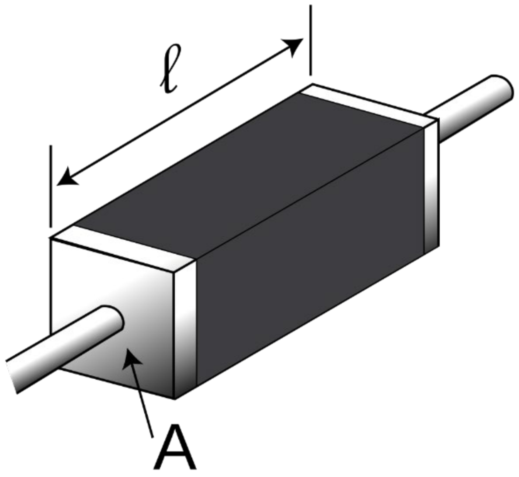
$$U = RI$$

(ohmsches Gesetz)

Ohmscher Widerstand

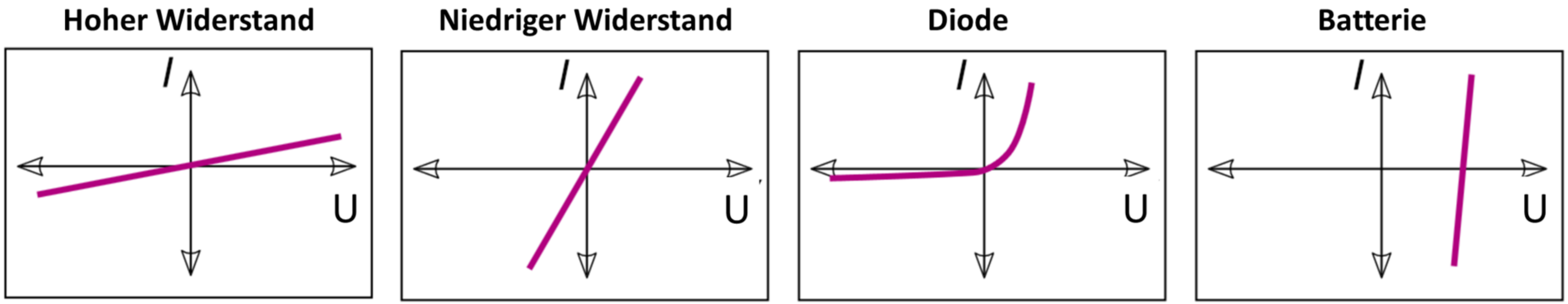
- Berechnung des Widerstands erfolgt aus den **geometrischen** und den **Materialeigenschaften**:

- Mit:
  ρ = spezifischer Widerstand in $\Omega\, mm^2/m$
  γ = spezifischer el. Leitwert (auch G) in $S\ (Siemens)\ m^{-1}$
  l = Länge des el. Leiters in mm
  A = Leiterquerschnitt in mm^2



$$R = \frac{\rho \cdot l}{A} = \frac{l}{\gamma \cdot A}$$

Kennlinien



- **Wichtig:** Kennlinien sind im Allgemeinen nicht linear, können aber (um jeden beliebigen Arbeitspunkt) linearisiert werden!

Kennlinien

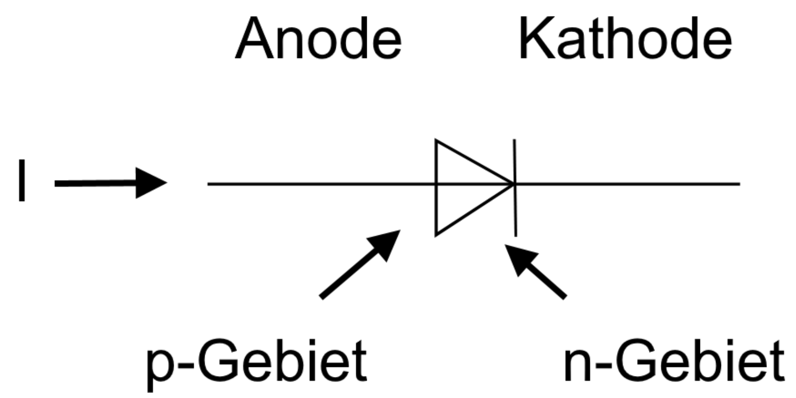
- **Linearisierung:** Möchte (oder „muss“) man eine nichtlineare Kennlinie linearisieren, so kann man wie folgt vorgehen:

$$U(I) = U_0 + RI \text{ oder } I(U) = I_0 + GU$$

- Dabei sind R der Widerstand und G der Leitwert, woraus sich mit dem Strom oder der Spannung am Arbeitspunkt eine Gerade bilden lässt (Prinzip: $y = mx + b$)
- Ferner gilt: $G = \frac{1}{R}$
- Werden (der Einfachheit halber) R und G jeweils = 0 angenommen, so ist die Darstellung sehr einfach!

Dioden

- **Ideale Dioden:** Ideale Dioden sind in eine Richtung vollständig durchlässig und sperren vollständig in die andere Richtung
- Im leitenden Bereich wird sie durch $R = 0$ beschrieben, im Sperrbereich durch $G = 0$
- *Verweis auf Halbleitertechnologie…*

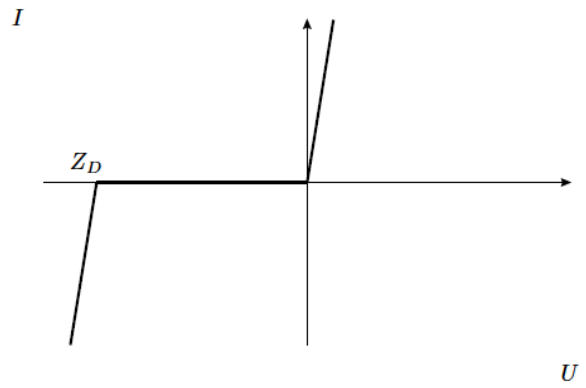


Dioden

- **Reale Dioden:** Reale Dioden leiten in Durchlassrichtung **nicht** ideal!
  - Insbesondere bei kleinen Spannungen U_D (für Si-Dioden < 0.6V) ist der Durchlassstrom nahezu Null

- Im Sperrbereich sind sie hingegen nahezu ideal, also kaum Durchlassstrom in Sperrrichtung

- **Allerdings**: Wird eine Spannung – U_Z (Zenerspannung) unterschritten, fangen solche Halbleiterdioden plötzlich an, zu leiten, der Sperrstrom wächst rasant in die Höhe (sogenannter „Zener-Durchbruch“)



Elektrische Leistung

- Bei **Gleichstrom** liefert das Produkt aus Strom und Spannung die elektrische Leistung in **Watt** (W)
- Verhält sich der Verbraucher als ohmscher Widerstand, so lässt sich die Leistung aus dem Strom oder der Spannung allein mit Hilfe des **ohmschen Gesetzes** bestimmen

$$P = UI \qquad P = \frac{U^2}{R} \qquad P = I^2 \cdot R$$

Elektrische Leistung

- Bei **Wechselstrom** sind Spannung und Strom von der Zeit t abhängig, daraus ergibt sich die Momentanleistung p

$$p = u \cdot i$$

Elektrische Leistung

- Die **Wirkleistung P** (die wir auch im Falle des Wechselstroms wissen wollen) ist das zeitabhängige arithmetische Mittel der Momentanleistung:

$$P = \overline{p} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u \cdot i \, \mathrm{d}t$$

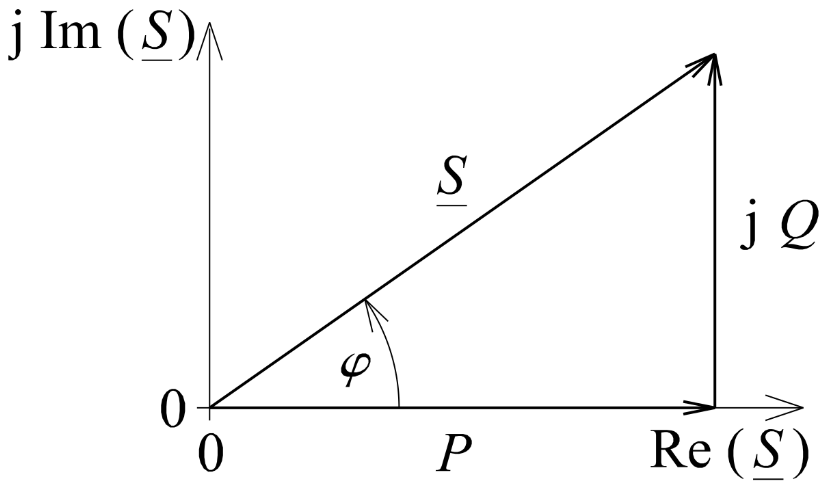
Elektrische Leistung

- **Im Realfall** sind elektrische Verbraucher verlustbehaftet, d. h. **die reale Wirkleistung P** ist nicht die Leistung, die von außen abgelesen wird!
  - **Wirkleistung P** ist nur die tatsächlich umgesetzte Energie pro Zeiteinheit (SI-Einheit der Zeit ist s)
  - **Scheinleistung S** wird auch als Anschlusswert oder -leistung bezeichnet *(Scheinleistung deshalb, weil sie um den Betrag der Blindleistung vergrößert erscheint)*
  - **Blindleistung Q** ist Verlustleistung, fließt aber bei der Scheinleistung mit ein
- Durch **Betragsbildung** (nach Pythagoras) lassen sich die Größen ineinander umrechnen, z. B. wie folgt:

$$S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Elektrische Leistung

- Zusammenhang der Größen im **Leistungszeigerdiagramm** in der komplexen Ebene mit φ, dem Phasenwinkel:



Elektrische Leistung

- Zusammengefasst folgt also für die **Scheinleistung S** (nochmal):

$$S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

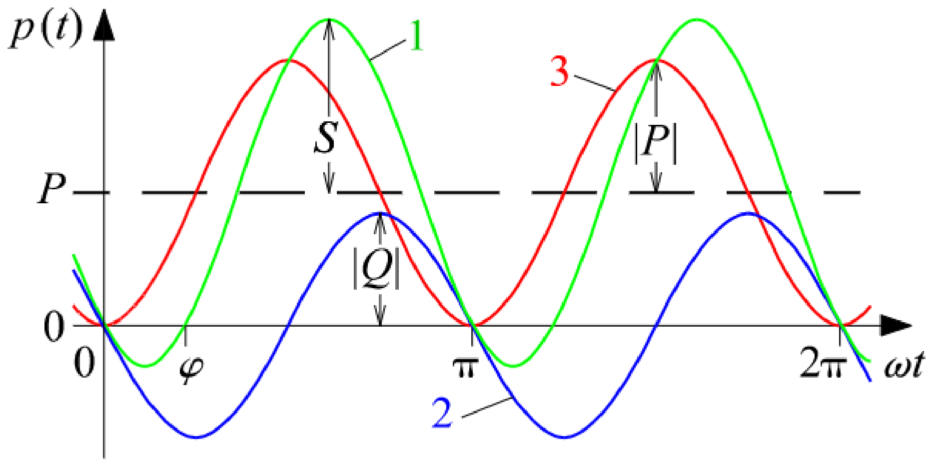
- Dabei berechnen sich im Falle von Wechselstrom die Größen **P** und **Q** jeweils aus:

$$P = U\,I\;\cos\varphi$$

$$Q = U\,I\;\sin\varphi$$

Elektrische Leistung

- Augenblickswerte von $p(t)$ bei Wechselstrom haben einen sinusförmigen Verlauf:



- Die Kurve 1 (Wirkleistung) kann also als <u>Überlagerung</u> der Kurve 2 (Blindleistung) und Kurve 3 (Scheinleistung) verstanden werden!

Elektrische Leistung

- Bei sinusförmigen Größen entsteht also besagte **Verschiebungsblindleistung Q**
  - tritt immer dann auf, wenn die Phasenwinkel von Stromstärke und Spannung um **ein φ** verschoben sind!

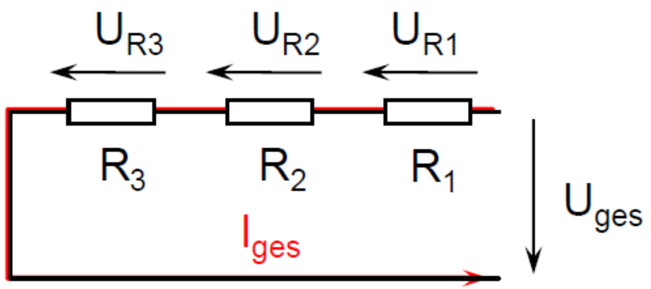
- Für Spannung und Stromstärke gilt in dem Fall:
  - Phasenwinkel im Argument des Sinus deutet auf die Verschiebung hin…

$$u(t) = \sqrt{2}\,U\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$$

$$i(t) = \sqrt{2}\,I\sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi\right)$$

Reihenschaltung von Widerständen

- Strom durch alle Widerstände ist gleich **(Stromteilerregel)**



$$I_{ges} = I_1 = I_2 = I_3$$

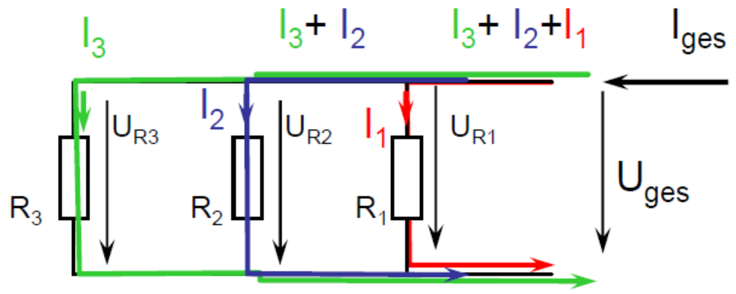
$$U_{ges} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3$$

$$R_{ges} = \frac{U_{ges}}{I_{ges}}$$

$$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3$$

Reihenschaltung von Widerständen

- Spannung durch alle Widerstände ist gleich **(Spannungsteilerregel)**
- **Kehrwert** des Gesamtwiderstands muss aus den **Kehrwerten** der Einzelwiderstände gebildet werden!



$$U_{ges} = U_{R1} = U_{R2} = U_{R3}$$

$$I_{ges} = \frac{U_{ges}}{R_1} + \frac{U_{ges}}{R_2} + \frac{U_{ges}}{R_3}$$

$$G_{ges} = \frac{I_{ges}}{U_{ges}}$$

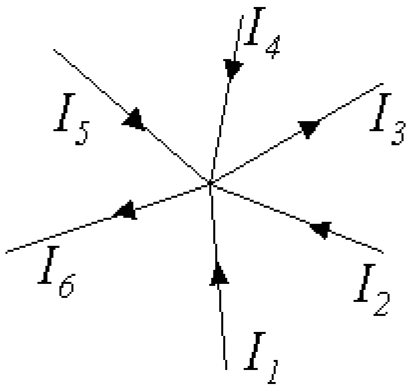
$$G_{ges} = G_1 + G_2 + G_3$$

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Kirchhoffsche Gesetze

1. Gesetz (Knotenregel): Die Summe aller in einem Knoten zusammenlaufenden Ströme ist **Null:**

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$$



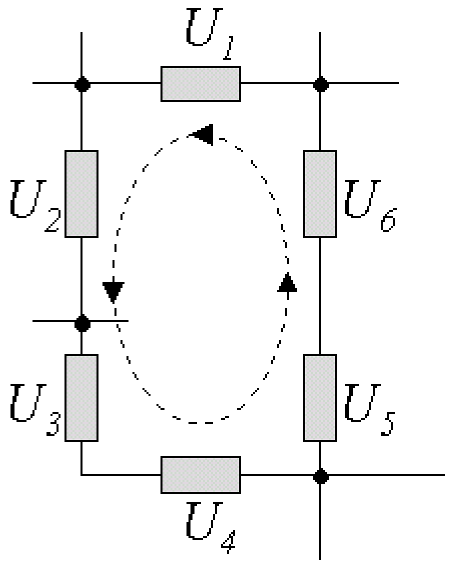
Summe zufließende Ströme
=
Summe abfließende Ströme

- **Wichtig:** *zufließende* Ströme gelten als *positiv (+)*, *abfließende* Ströme als *negativ (-)*

Kirchhoffsche Gesetze

2. Gesetz (Maschenregel): Die Summe aller Spannungen in einer Masche ist **Null:**

$$\sum_{i=1}^{n} U_i = 0$$

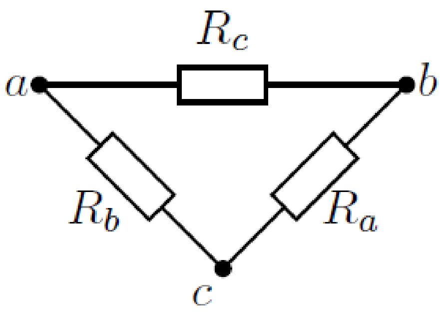


Bei einem Maschenumlauf gilt:
Spannungssumme an den Spannungsquellen
=
Spannungssumme an den Verbrauchern

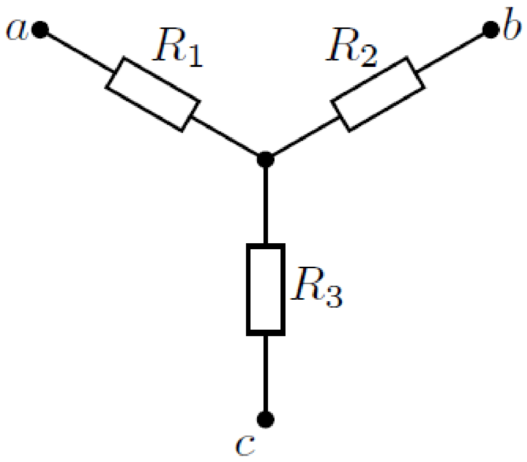
- Spannungen werden an den Elementen entlang eines geschlossenen Umlaufs addiert!

Stern-Dreieck-Umwandlung

- Ermöglicht die Berechnung „einfacher“ Ersatzwiderstände aus komplexen Widerstandsnetzwerken



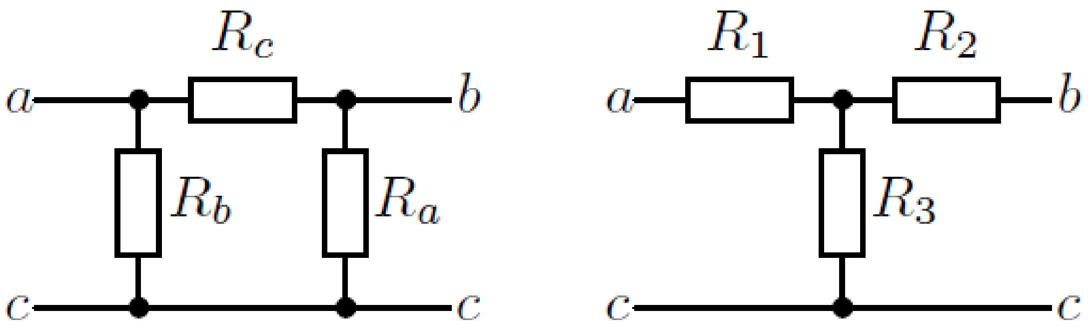
Dreieckschaltung



Sternschaltung

Stern-Dreieck-Umwandlung

- Stern-Dreieck-Transformation ist identisch mit der **π-T-Transformation**:



π-Schaltung **T-Schaltung**

Stern-Dreieck-Umwandlung

Stern (bzw. T) - Dreieck (bzw. π-) Umwandlung

$$R_a = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1}$$

$$R_b = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2}$$

$$R_c = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3}$$

Stern-Dreieck-Umwandlung

Dreieck (bzw. π) - Stern (bzw. T-) Umwandlung

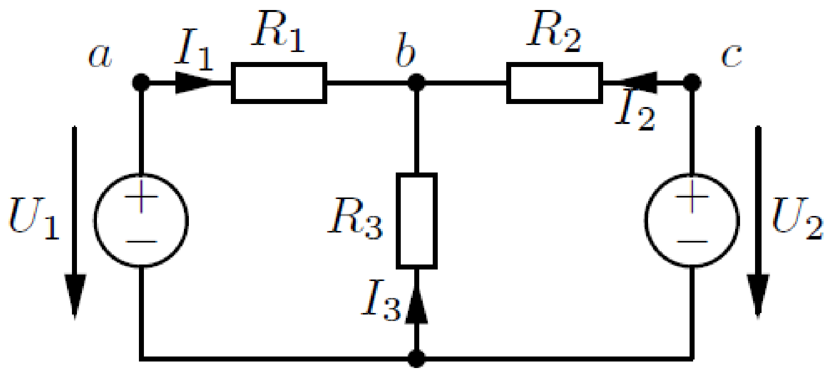
$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_c R_a}{R_a + R_b + R_c}$$

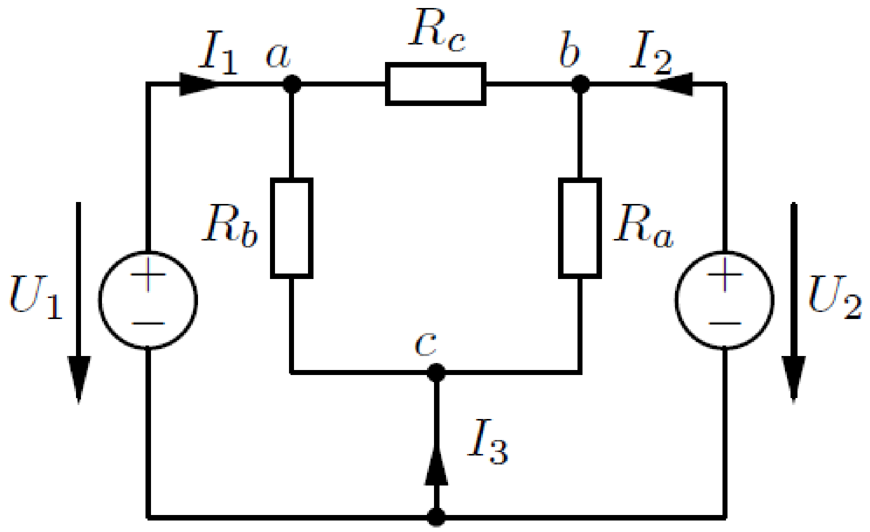
$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

Stern-Dreieck-Umwandlung

Beispiel einer Transformation:



Beispielschaltung



transformierte Beispielschaltung

Stern-Dreieck-Umwandlung

- Nach Transformation der Beispielschaltung kann man mit den Formeln für die Stern-Dreieck-Umwandlung die Widerstände R_a, R_b und R_c berechnen

- Danach lassen sich die Ströme wie folgt berechnen:

$$I_a = \frac{U_2}{R_a}, \qquad I_b = \frac{U_1}{R_b}, \qquad I_c = \frac{U_2 - U_1}{R_c}$$

- Und damit kann man die Ströme aus den ursprünglichen Widerständen ermitteln:

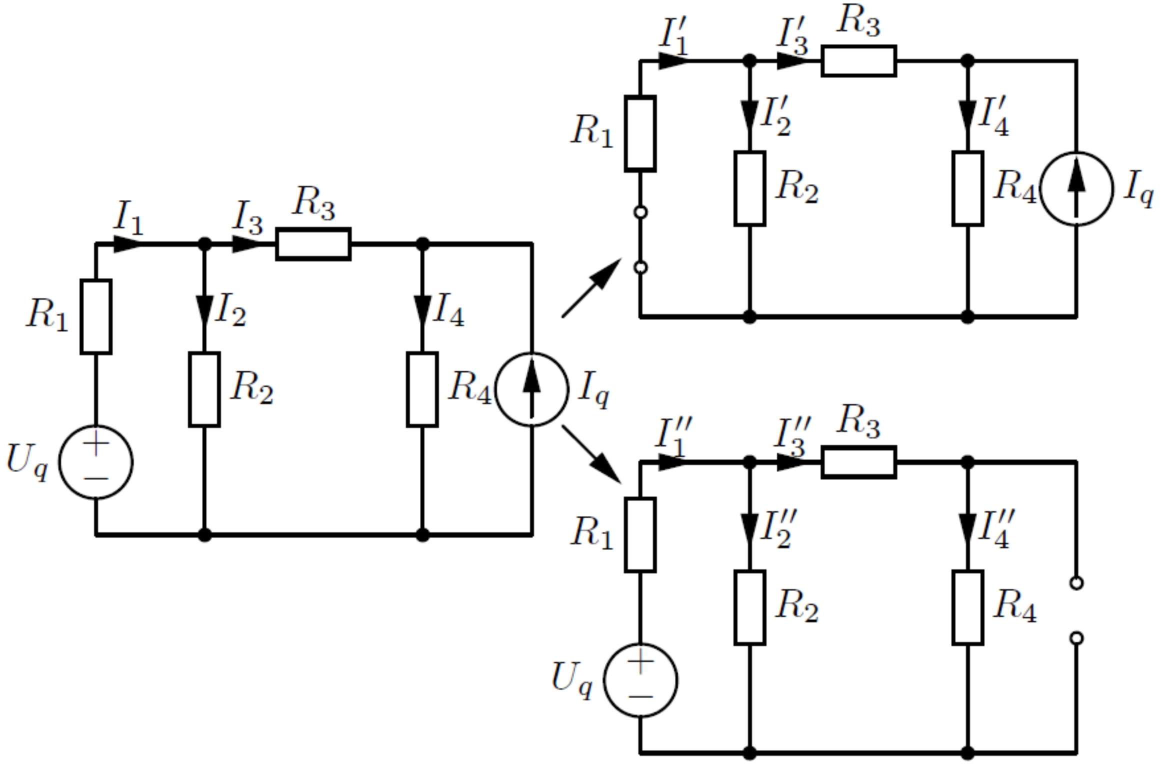
$$I_1 = I_b - I_c, \qquad I_2 = I_a + I_c, \qquad I_3 = -(I_a + I_b)$$

Quellenüberlagerung, Superpositionsprinzip

- In einem **linearen Netzwerk** kann die Wirkung einer Ursache **unabhängig** von allen anderen Ursachen und Wirkungen berechnet werden
- Die resultierende Wirkung ist dann die Summe aller Einzelwirkungen **(Superposition)**
- *Im Klartext:* Alle Ströme werden zunächst <u>einzeln</u> als Wirkung der einzelnen Spannungs- und Stromquellen berechnet
- Teilströme werden <u>vorzeichenrichtig</u> addiert, um den resultierenden Strom zu bestimmen
- Nicht betrachtete Spannungsquellen werden wie Kurzschlüsse behandelt, nicht betrachtete Stromquellen werden herausgenommen

Quellenüberlagerung, Superpositionsprinzip

Beispiel: Lösungsverfahren nach dem Superpositionsprinzip



Quellenüberlagerung, Superpositionsprinzip

- Spannungsquelle wird (gedanklich) kurzgeschlossen, Anwendung Stromteilerregel:

$$I_4' = I_q \frac{R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}}{R_4 + R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2}}$$

- Herausnehmen der Stromquelle und Anwenden der Spannungsteilerregel:

$$I_4'' = I_1'' \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{U_q}{R_1 + \frac{R_2(R_3+R_4)}{R_2+R_3+R_4}} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4}$$

➢ Der Strom I_4 berechnet sich dann zu: $I_4 = I_4' + I_4''$

Systematische Methoden

Knotenanalyse:

- In der Knotenpotentialanalyse wird jedem Knoten ein Potential zugewiesen
- Ein Knoten erhält hierbei das Bezugspotential $\varphi = 0$

Systematische Methoden

Knotenanalyse (1/2):

1. Wandle alle Spannungsquellen in Stromquellen um.

2. Man wählt einen beliebigen Knoten als Bezugsknoten. Es ist empfehlenswert, einen möglichst **großen Knoten** auszuwählen.

3. Für jeden Knoten werden die sogenannten **Knotenspannungen** zugeordnet. Die entsprechenden Spannungspfeile beginnen beim betreffenden Knoten und enden beim Bezugsknoten. Sind M Knoten vorhanden, so definiert man M - 1 Knotenspannungen.

4. Danach stellt man die voneinander unabhängigen Knotengleichungen auf, indem man die Ströme mittels der Potentialdifferenzen, geteilt durch die Widerstände, ausdrückt ($I_n = \Delta\varphi / R_m$).

Systematische Methoden

Knotenanalyse (2/2):

5. Dies ergibt ein Gleichungsssystem mit so vielen Gleichungen, wie unbekannte Potentiale vorhanden sind. In Matrixschreibweise:

$$\mathbf{G}\mathbf{U} = \mathbf{I}$$

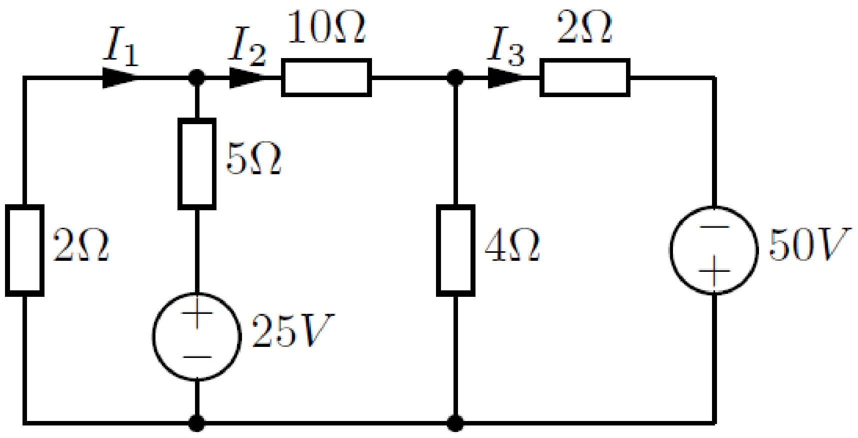
Dabei ist $\mathbf{G}$ die Leitwertmatrix. Diese Matrix ist symmetrisch und enthält Summen der Leitwerte der verschiedenen Zweipole*. $\mathbf{U}$ enthält die Knotenspannungen und $\mathbf{I}$ enthält die Stromquellen.

6. Sind die Knotenspannungen durch Auflösen des eben erhaltenen Gleichungssystems berechnet, so erhält man die Spannungen über den Zweipolen sofort aus der Differenz der Knotenspannungen an den beiden Klemmen des Zweipols.

**Bei einem Zweipol sind die Ströme an beiden Anschlüssen identisch*

Systematische Methoden

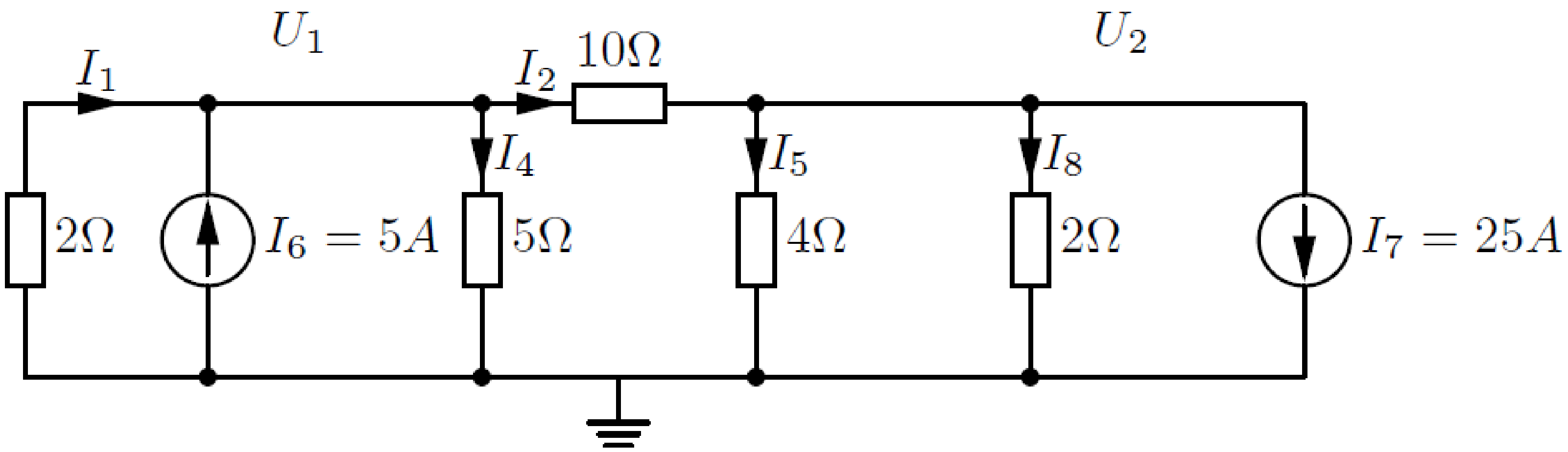
Beispiel Knotenanalyse:



➢ In der dargestellten Abbildung werden alle Spannungs- durch Stromquellen ersetzt und die Knoten beschriftet, daraus ergibt sich die folgende Darstellung

Systematische Methoden

Beispiel Knotenanalyse:



- Mit dieser Darstellung stellt man die Gleichungen für die verschiedenen Knoten auf…

Systematische Methoden

Beispiel Knotenanalyse:

U_1:

$$\begin{aligned} I_1 - I_2 - I_4 &= -I_6 \\ -\frac{U_1}{2\Omega} - \frac{U_1 - U_2}{10\Omega} - \frac{U_1}{5\Omega} &= -5 \end{aligned}$$

U_2:

$$\begin{aligned} I_2 - I_8 - I_5 &= I_7 \\ \frac{U_1 - U_2}{10\Omega} - \frac{U_2}{2\Omega} - \frac{U_2}{4\Omega} &= 25 \end{aligned}$$

Systematische Methoden

Beispiel Knotenanalyse:

- In Matrixschreibweise:

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2}-\frac{1}{10}-\frac{1}{5} & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & -\frac{1}{10}-\frac{1}{2}-\frac{1}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 25 \end{pmatrix}$$

Systematische Methoden

Maschenanalyse (1/2):

1. Man wandelt alle Stromquellen in Spannungsquellen um.

2. Bei der Methode der Maschengleichungen definieren wir Maschenströme und notieren für diese die Maschengleichungen. Maschenströme sind in einer Masche zirkulierende Ströme.

- Das Auffinden von unabhängigen Maschen ist etwas schwieriger als das Auffinden unabhängiger Knoten bei der Knotenanalyse.
- Man kann systematisch Maschen solange erzeugen, bis jeder Zweipol zu mindestens einer Masche gehört und muss dabei lediglich beachten, dass jede neue Masche einen zuvor noch nicht berücksichtigten Zweipol enthält, am besten wählt man möglichst kleine Maschen.

3. Man notiert nun die Maschengleichungen, in denen die Spannungen über idealen Spannungsquellen bekannt sind und die Spannungen über Widerständen R_k durch $I_k = U_k/R_k$ ersetzt werden.

Systematische Methoden

Maschenanalyse (2/2):

4. Man ersetzt die Zweipolströme durch die Maschenströme und erhält die Matrizengleichung:

$$\mathbf{R}\mathbf{I} = \mathbf{U}$$

Dabei ist $\boldsymbol{R}$ die symmetrische Widerstandsmatrix. Die Vektoren $\mathbf{I}$ und $\mathbf{U}$ enthalten die Maschenströme und die Quellenspannungen.

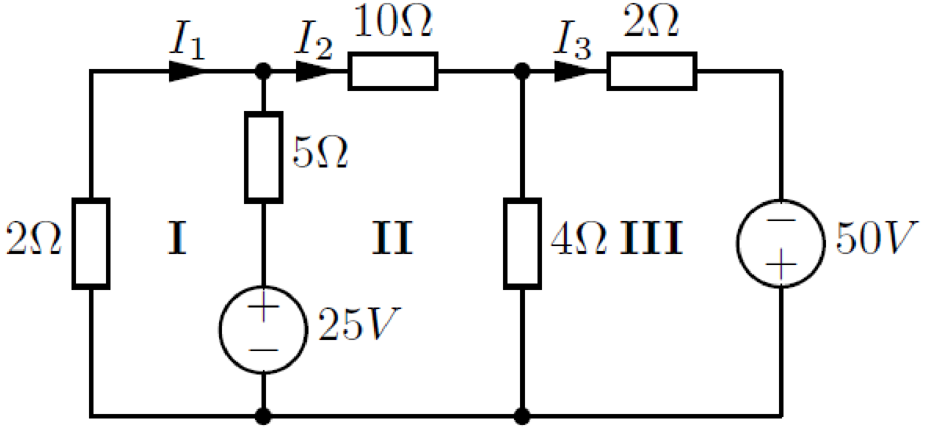
5. Gleichungssystem auflösen.

6. Die unbekannten Ströme in den Zweipolen werden aus den Maschenströmen bestimmt. Dabei werden alle Maschenströme aufsummiert, welche durch den betreffenden Zweipol fließen.

7. Die unbekannten Spannungen über den Widerständen werden mit $U_k = R_k / I_k$ berechnet.

Systematische Methoden

Beispiel Maschenanalyse:



Systematische Methoden

Beispiel Maschenanalyse:

I:

$$\begin{aligned} U_{2\Omega} + U_{5\Omega} + 25V &= 0 \\ I_1 \cdot 2\Omega + (I_1 - I_2)5\Omega &= -25V \end{aligned}$$

II:

$$\begin{aligned} U_{10\Omega} + U_{4\Omega} - 25V - U_{5\Omega} &= 0 \\ I_2 \cdot 10\Omega + (I_2 - I_3)4\Omega - (I_1 - I_2)5\Omega &= 25V \end{aligned}$$

III:

$$\begin{aligned} U_{2\Omega} - 50V - U_{4\Omega} &= 0 \\ I_3 \cdot 2\Omega - (I_2 - I_3)4\Omega &= 50 \end{aligned}$$

Systematische Methoden

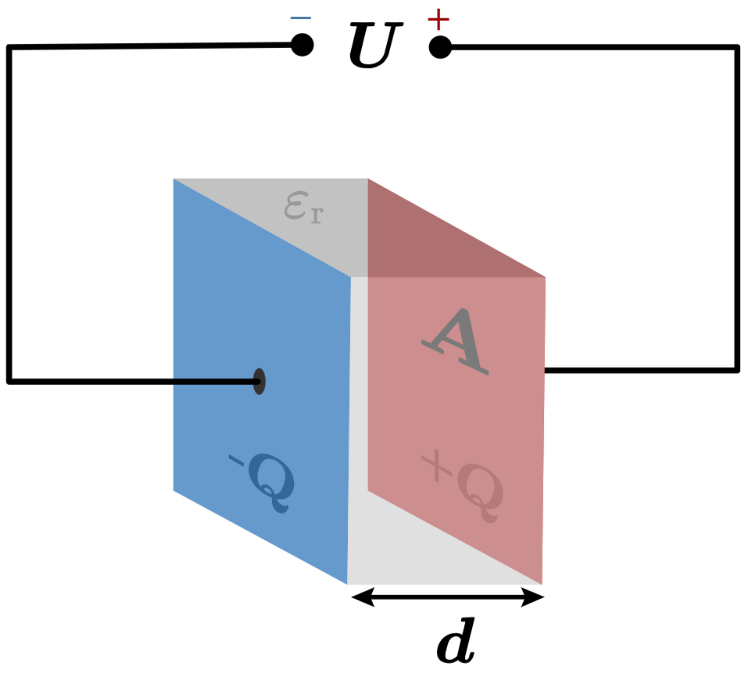
Beispiel Maschenanalyse:

- In Matrixschreibweise:

$$\begin{pmatrix} 7\Omega & -5\Omega & 0 \\ -5\Omega & 19\Omega & -4\Omega \\ 0 & -4\Omega & 6\Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -25V \\ 25V \\ 50V \end{pmatrix}$$

Kondensatoren und Kapazitäten

- SI-Einheit der Kapazität ist F (Farad) mit $1F = \frac{As}{V}$
- **Kapazität** hat das Formelzeichen C
- Die Kapazität gibt an, wieviel elektrische Ladung auf den Elektroden-Platten eines Kondensators sitzt
- Zwischen den beiden Elektroden muss eine Spannung anliegen
- Die Kapazität ist also ein Maß dafür, wieviel elektrische Ladung ein Kondensator speichern kann



Kondensatoren und Kapazitäten

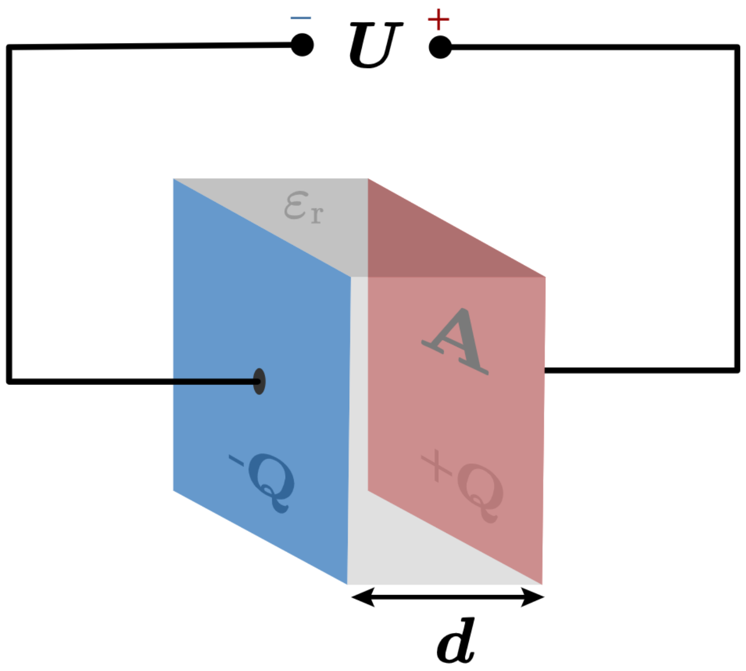
- Ein (Platten-) **Kondensator** besteht im Grunde aus zwei elektrischleitfähigen Platten, die durch ein **Dielektrikum** getrennt sind
  - *<u>Info</u>: Ein Dielektrikum ist ein elektrisch nicht leitfähiges Medium (unabhängig vom Aggregatzustand)*
- Die Kapazität eines Kondensators kann durch die Größe der Elektrodenplatten, dessen Abstand sowie der Wahl des Dielektrikums beeinflusst werden

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

mit

$$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

$$\varepsilon_r = 1 \text{ (für Luft)}$$



A ist der Flächeninhalt einer Platte
d ist der Abstand der Platten
ε_0 ist die elektrische Feldkonstante
ε_r ist die Dielektrizitätszahl

Kondensatoren und Kapazitäten

- In der Kapazität ist der Strom i proportional zur zeitlichen Änderung der Spannung u:

$$i(t) = C\frac{du}{dt}; \qquad u(t) = \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t)dt + U_0; \qquad C = i(t)\frac{dt}{du}$$

- Für den Zusammenhang von Spannung und Ladung gilt:

$$U = \frac{Q}{C}$$

Reihenschaltung von R und C an einer Stromquelle

- Anwendung der Maschenregel führt zu:

$$u = I_0 R + \frac{1}{C} \int I_0 dt$$

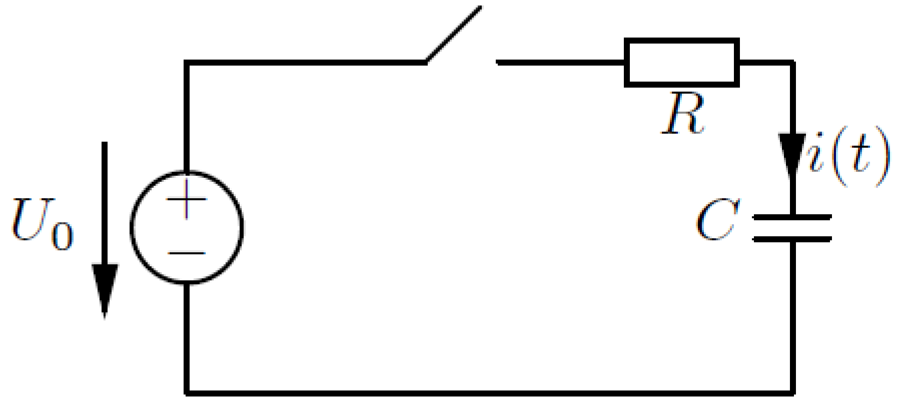
- Über die Zeit integriert lautet die Lösung:

$$u(t) = I_0 R + \frac{1}{C} I_0 t$$

- $u(t)$ ist dabei die Spannung über R und C.

Reihenschaltung von R und C an einer Stromquelle

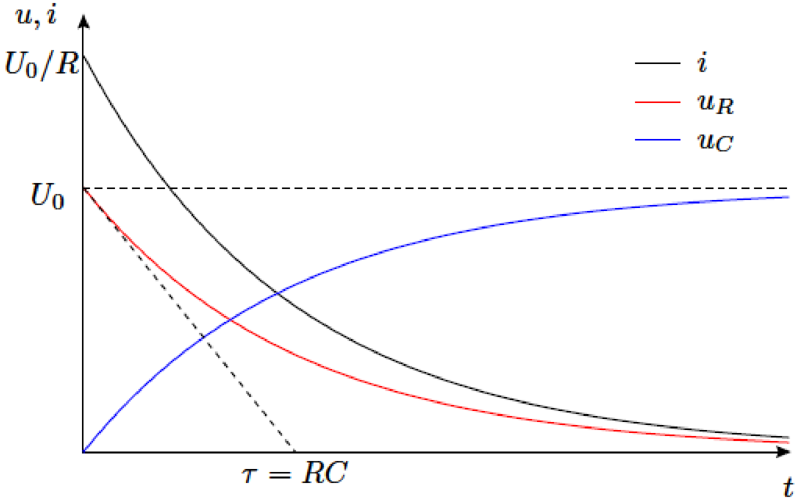
- Schaltung aus einem ohmschen Widerstand und einem Kondensator bezeichnet man als RC-Glied
- Äquivalent zu einer Stromquelle mit intrinsischem Widerstand



Reihenschaltung von R und C an einer Stromquelle

- Für den Fall, dass zum Zeitpunkt $t > 0$ der Stromkreis geschlossen sei, gilt:

$$i(t) = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}; \qquad u_C(t) = U_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}}); \qquad u_r(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}}; \qquad \tau = RC$$



Reihenschaltung von R und C an einer Stromquelle

- Eine wichtige Größe für die Charakterisierung des Aufladevorgangs eines solchen Kondensators ist die *Zeitkonstante*

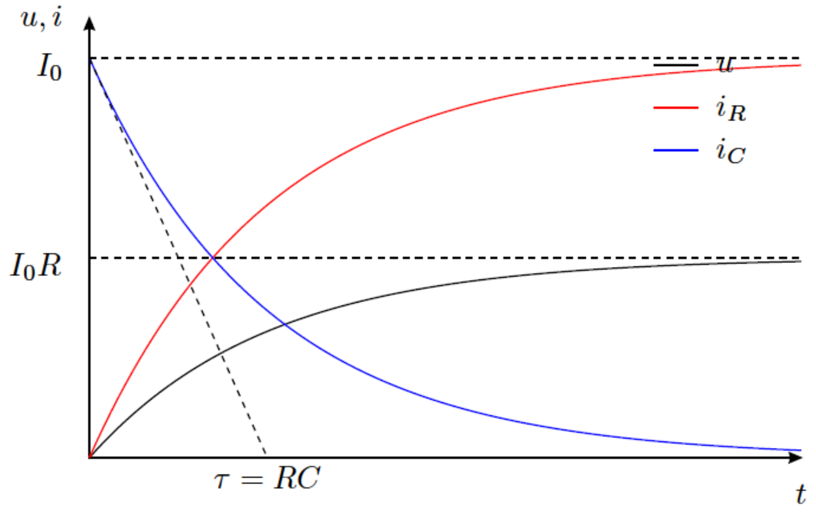
$$\tau = RC$$

- Nachdem die Zeit $t = \tau$ verstrichen ist, ist die Spannung an der Kapazität auf $U_0(1 - 1/e)$ angewachsen
- In der Praxis wird der Aufladevorgang irgendwann abgebrochen (Kurve schmiegt sich zwar asymptotisch dem Maximum an, wir erreichen aber nahezu 100% nach genügend Zeit…)
- Wird die Kapazität vom Netzwerk getrennt, bleibt die Spannung konstant
- Vorstellung ist idealisiert, in der Realität entladen sich Kondensatoren mit der Zeit wieder…

Parallelschaltung von R und C an einer Stromquelle

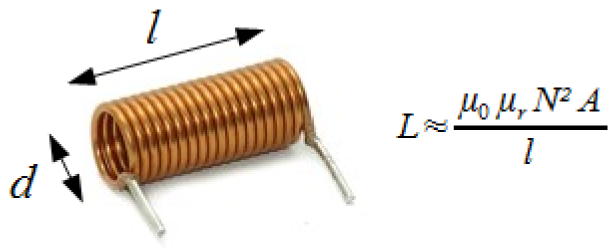
- Im Falle einer Parallelschaltung von R und C sieht das Ganze wie folgt aus:

$$u(t) = I_0 R(1 - e^{-\frac{t}{RC}}); \qquad i_R(t) = I_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}}); \qquad i_C(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}; \qquad \tau = RC$$



Induktivität

- SI-Einheit der Induktivität L ist H (Henry) mit $1H = 1\frac{V\,s}{A}$



- Anzahl N Windungen der Spule
- Durchmesser d, Länge l der Spule (1 bis 5 d)
- Permeabilität des Kerns μ_r
- Permeabilität des Vakuums μ_0
- Fläche A

- Kann gezielt durch die Windungsanzahl sowie die geometrischen Eigenschaften der Spule beeinflusst werden

- Materialabhängigkeit durch Permeabilität gegeben

Induktivität

- Im Wesentlichen Spulen aus leitfähigem Draht (meist Kupfer), entweder in Luft oder um einen Eisenkern gewickelt

- Induktivitäten von Spulen können durch ihr wechselndes Magnetfeld eine selbstinduzierte elektromotorische Kraft (EMK) **in sich selbst** erzeugen.

- In einem elektrischen Stromkreis (sofern die EMK im selben Stromkreis induziert wird), wird dieser Effekt als Selbstinduktion (L) bezeichnet, sofern sich der Strom zeitlich ändert

- Wird die EMK in eine **benachbarte** Komponente desselben Magnetfeldes induziert, kommt es zur gegenseitigen Induktion
    - Grundprinzip von Transformatoren („Trafos“)!
    - Zwei unterschiedliche Spulen (unterschiedliche Windungszahlen) am selben Magnetkern fixiert

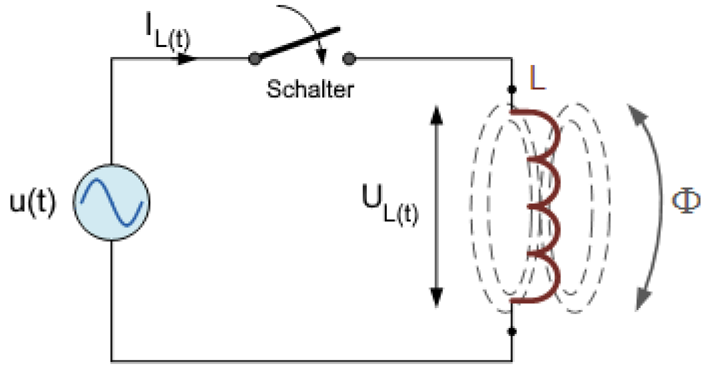
Induktivität

- Eine Induktion kann also nur stattfinden, wenn eine zeitlich änderliche Spannung durch einen zeitlich änderlichen Strom induziert wird

$$u(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$$

Schaltzeichen Induktor

Induktivität

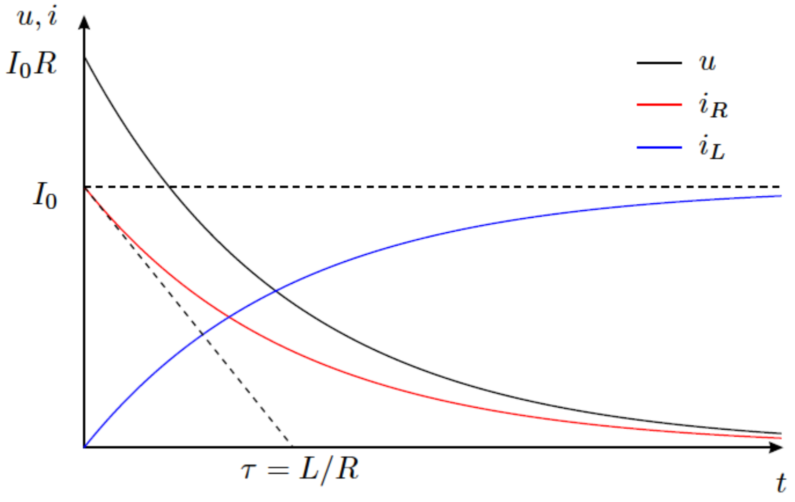


- Die nebenstehende Schaltung besteht aus einer reinen Induktivität L
- Verbunden über eine sinusförmige Spannung, die durch den Ausdruck $u(t) \; = U_{max} \, sin \; \omega t$ gegeben ist
- Wenn der Schalter geschlossen ist, fließt durch die sinusförmige Spannung ein Strom zwischen Null und einem Amplitudenwert
- Der Stromanstieg oder die -änderung induziert ein Magnetfeld innerhalb der Spule, das wiederum dieser Stromänderung entgegenwirkt oder sie einschränkt.

Parallelschaltung von R und L an einer Stromquelle

- Funktionsprinzip ist genau dasselbe wie bei RC-Gliedern, nun aber als RL-Glieder bezeichnet

$$u(t) = I_0 R \cdot e^{-\frac{tR}{L}}; \qquad i_L(t) = I_0(1 - e^{-\frac{tR}{L}}); \qquad i_R(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{tR}{L}}; \qquad \tau = \frac{L}{R}$$

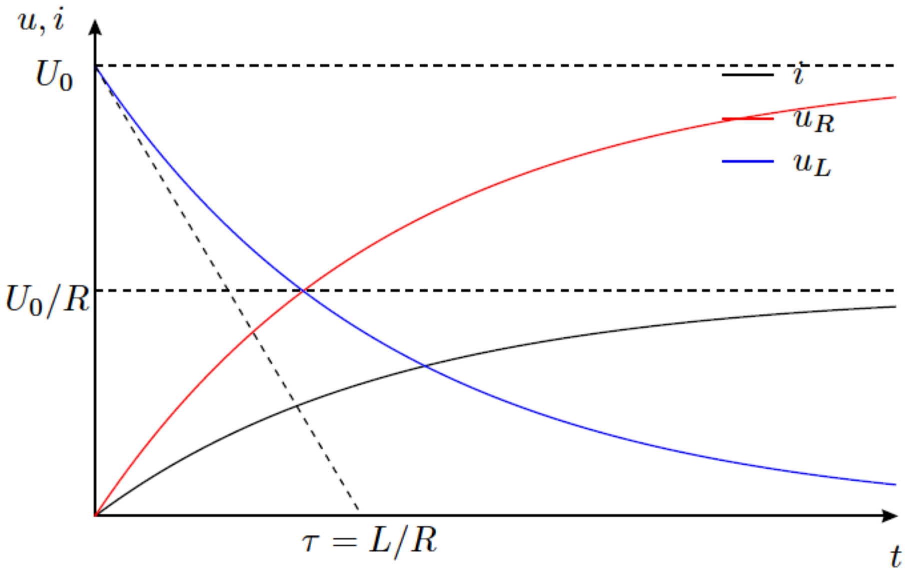


Parallelschaltung von R und L an einer Stromquelle

- Der Strom I_0 fliesst nach dem Umlegen des Schalters zunächst durch R
- Der Strom i_L beginnt mit der Steigung $di/dt = I_0 R/L$
- Während der Strom i_L steigt, verkleinert sich der Strom i_R bis die Induktivität den gesamten Strom I_0 übernommen hat
- Dann ist $u = 0$ wegen $i_R = 0$

Reihenschaltung von R und L an einer Spannungsquelle

$$i(t) = \frac{U_0}{R}(1 - e^{-\frac{tR}{L}}); \qquad u_R(t) = U_0(1 - e^{-\frac{tR}{L}}); \qquad u_L(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{tR}{L}}; \qquad \tau = \frac{L}{R}$$



Reihenschaltung von R und L an einer Spannungsquelle

- Zum Zeitpunkt $t = 0$ liegt die Spannung $u_L = U_0$ an der Induktivität
- Der Strom i ist zu dem Zeitpunkt noch Null
- Von dort ausgehend steigt der Strom mit der Steigung $di/dt = U_0/L$
- Danach wird der Spannungsabfall über R größer und Spannung sowie Stromänderung kleiner

Reihenschaltung von R und L an einer Stromquelle

- u_L wächst über alle Grenzen und führt im Realfall zur Zerstörung des Schalters

Parallelschaltung von R und L an einer Spannungsquelle

$$i(t) = \frac{U_0}{R} + \frac{U_0 t}{L}$$