
Grundlagen Thermodynamik

Kevin Suta



Gesetze für ideale Gase

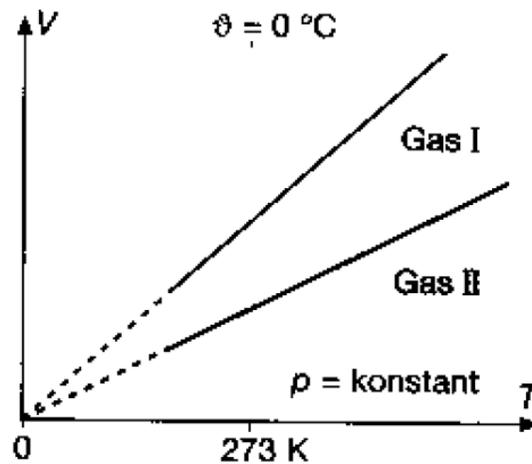
Allgemeines

- Gase nehmen (im Gegensatz zu Flüssigkeiten und Festkörpern) **immer** den für sie verfügbaren Raum ein!
- Gase lassen sich durch **äußeren Druck** allerdings stark **komprimieren**
 - dadurch **erwärmt** sich das Gas (Bsp. Luftpumpe)
- Diese Beobachtungen legen es nahe, die Größen **Volumen, Temperatur** und **Druck** zur Beschreibung des **Zustandes** eines Gases zu nutzen
 - diese Größen werden daher als **Zustandsgrößen** bezeichnet



Gesetze für ideale Gase

- Experimente zeigen, dass bei **konstantem Druck** das Volumen V einer eingeschlossenen Gasmenge linear von ihrer Temperatur ϑ abhängt (Gesetz von **Gay-Lussac**)
- Wird das Ausgangsvolumen V_0 verändert, so ändert sich die Steigung der Geraden (siehe Abb.)





Gesetze für ideale Gase

- Verlängert man alle Geraden in den negativen Temperaturbereich, so schneiden alle Geraden den gleichen Punkt der Temperaturachse; den **absoluten Gefrierpunkt** bei $\vartheta = -273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Dieser Punkt entspricht dem Nullpunkt der Kelvinskala! Temperaturen in Kelvin sind **absolute Temperaturen**
 - Kelvin (K) und Grad Celsius ($^{\circ}\text{C}$) sind um $273,15^{\circ}\text{C}$ (oder K) verschoben
 - $0\text{ }K = -273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$ oder $T = (273,15 + \vartheta / ^{\circ}\text{C})\text{ }K$

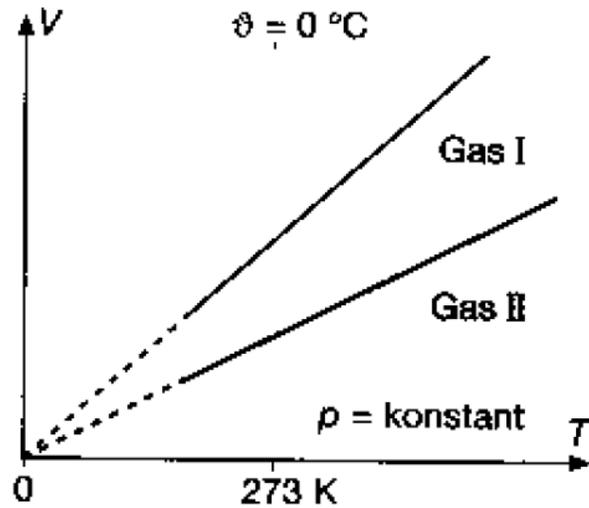


Gesetze für ideale Gase

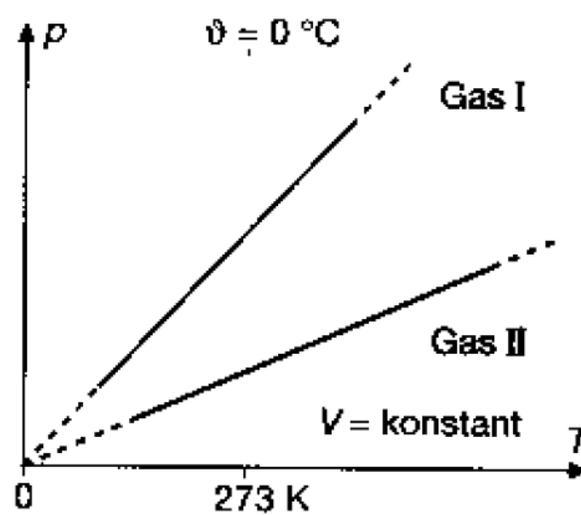
- Mit der absoluten Temperatur ausgedrückt werden die Geraden-Abschnitte von Ursprungsgeraden
- Es gelten folgende Beziehungen:
 - $V = \text{Konstante} \cdot T$, wenn der Druck konstant (isobar) bleibt (Gesetz von **Gay-Lussac**)
 - $p = \text{Konstante} \cdot T$, wenn das Volumen konstant (isochor) bleibt (Gesetz von **Amontons**)
 - Beim Komprimieren von Gasen bei konstanter Temperatur T (isotherm) gilt $p \cdot V = \text{Konstante}$ (Gesetz von **Boyle und Mariotte**)



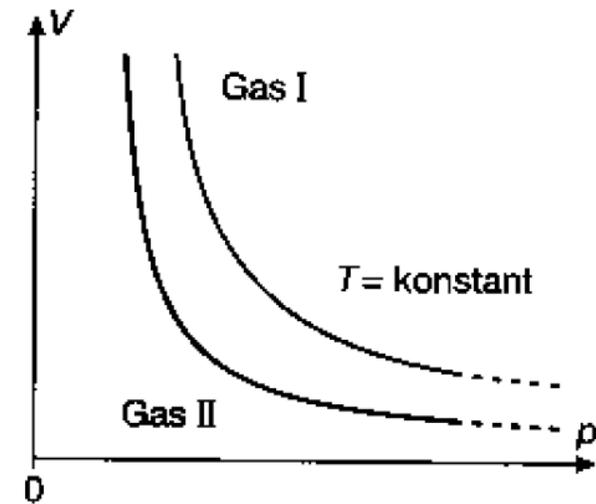
Gesetze für ideale Gase



a) Gesetz von Gay-Lussac



b) Gesetz von Amontons

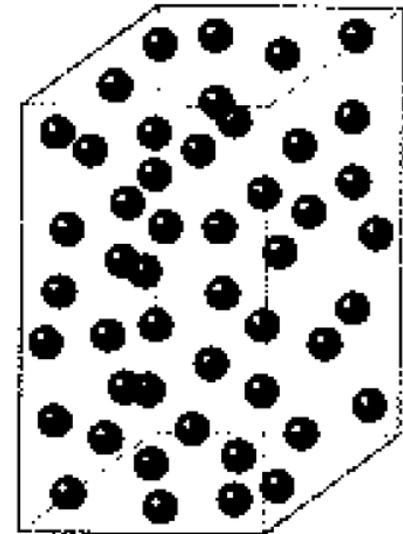


c) Boyle-Mariotte-Gesetz



Gesetze für ideale Gase

- Gesetze von Gay-Lussac und Amontons sind idealisiert und werden nur für kleine Temperaturbereiche bestätigt!
- setzt voraus, dass Gasteilchen kein eigenes Volumen haben, könnte also theoretisch $V = 0$ annehmen!
- Es wirken keine Kräfte zwischen den Gasteilchen, Stöße sind vollkommen elastisch, gesamte Energie rein kinetisch
 - Ein solches Gas bezeichnet man als **ideales Gas!**





Gesetze für ideale Gase

Beispielaufgabe:

- Bei $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ beträgt der Druck im Reifen eines Pkw 240 kPa . Durch schnelle Autobahnfahrt auf sonnenbeschienener Straße erhöht sich die Temperatur im Reifen auf $50\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- *Auf welchen Wert erhöht sich der Reifendruck?*



Gesetze für ideale Gase

Beispielaufgabe:

Lsg.:

- Der Pkw-Reifen wird sein Volumen selbst bei Druckänderung (im Betriebsbereich) kaum bis gar nicht verändern
- Man kann daher von einer **isochoren** Zustandsänderung ausgehen ($V = \text{konst.}$)
- Luft verhält sich annähernd wie ein ideales Gas, daher greift hier das Gesetz von *Amontons*
- *Alternativ lässt sich das Ganze auch immer über das universelle Gasgesetz zeigen!*



Gesetze für ideale Gase

Beispielaufgabe:

Lsg.:

Gesucht: p_2
Gegeben: $p_1 = 240 \text{ kPa}$
 $T_1 = 288 \text{ K}$
 $T_2 = 323 \text{ K}$

Lösung:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

Umstellen nach p_2 ergibt:

$$p_2 = T_2 \cdot \frac{p_1}{T_1}$$

$$p_2 = \frac{323 \text{ K} \cdot 240 \text{ kPa}}{288 \text{ K}}$$

$$\underline{p_2 = 269 \text{ kPa}}$$



Die universelle Gasgleichung

- Die drei Gasgesetze lassen sich mathematisch zu einer Formel mit gleicher Aussage vereinigen:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

- R ist die universelle Gaskonstante mit der Größe $R = 8,314 \frac{J}{Kmol}$
- n ist die Anzahl der Teilchen oder **Stoffmenge** und, wie in der Chemie üblich, wird sie angegeben in:

$$1 \text{ mol} = 6 \cdot 10^{23} \text{ Teilchen}$$

- Aus dem universellen Gasgesetz folgt, dass die Zustandsgrößen in der Form $\frac{p \cdot V}{T}$ proportional zu n sind



Innere Energie eines idealen Gases

- Die **Summe der Bewegungsenergien** der Teilchen eines Gases bezeichnet man als deren **innere Energie** E_i
 - Für ein-atomige Gase wie He gilt: $E_i = \frac{3}{2}kT$
 - Für zwei-atomige Gase wie O₂ gilt: $E_i = \frac{5}{2}kT$
- Die **innere Energie** ist in jedem Fall **proportional** zu seiner **absoluten Temperatur** T
- Die **innere Energie** ist ebenfalls **proportional** zur **Masse** m der Gasmenge
 - Insgesamt gilt also: $E_i = c \cdot m \cdot \Delta T$



Innere Energie eines idealen Gases

- Fundamentalgleichung = charakteristische Funktion, die Gleichgewichtspunkte abbildet:

$$dU = TdS - pdV$$

- Immer im differentiellen Zustand betrachtet
- Im Gleichgewichtszustand müssen die Änderungen der Größen = 0 (konstant) sein



Enthalpie

- Fundamentalgleichung für die Enthalpie:

$$dH = TdS + Vdp$$

- Entropie und Druck müssen im GG konstant bleiben!



Freie innere Energie

- Hierfür ziehen wir von der inneren Energie das Produkt von Temperatur und Entropie ab:

$$dA = -pdV - SdT$$



Freie Enthalpie

- Hier befinden wir uns im Gleichgewichtszustand, wenn das Volumen und die Temperatur konstant gehalten werden
- Analog zur inneren Energie ziehen wir hier von der Enthalpie das Produkt von Temperatur und Entropie ab. Damit ergibt sich die Definition zu:

$$G = H - TS$$

➤ Man erkennt, dass das chemische Potential die molare freie Enthalpie ist: $\mu_i = g_i$



Freie Enthalpie

- Als Fundamentalgleichung in differentieller Form:

$$dG = V dp - S dT$$

- Chemisches Gleichgewicht mit Hilfe von Druck und Temperatur manipulierbar



Freie Enthalpie

- Wir subtrahieren sowohl bei der freien inneren Energie wie auch der freien Enthalpie den Term TS
 - Grund: Bei **steigender Entropie sinkt** der Anteil an **Exergie**
 - Bei der freien inneren Energie oder freien Enthalpie betrachten wir auch nur den **exergetischen** Teil!
 - Exergie = für uns nutzbarer Teil der Energie



Wärme, Arbeit und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

- Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die innere Energie eines Körpers zu erhöhen
- Zum einen geht das über die Verrichtung einer **Arbeit W** am Körper
 - z. B. elektrische Arbeit wie bei einem Peltier-Element oder
 - mechanische Arbeit wie bei einem pneumatischen Feuerzeug

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die innere Energie eines Körpers zu erhöhen

- Hierbei handelt es sich um **makroskopische** Energieübertragung



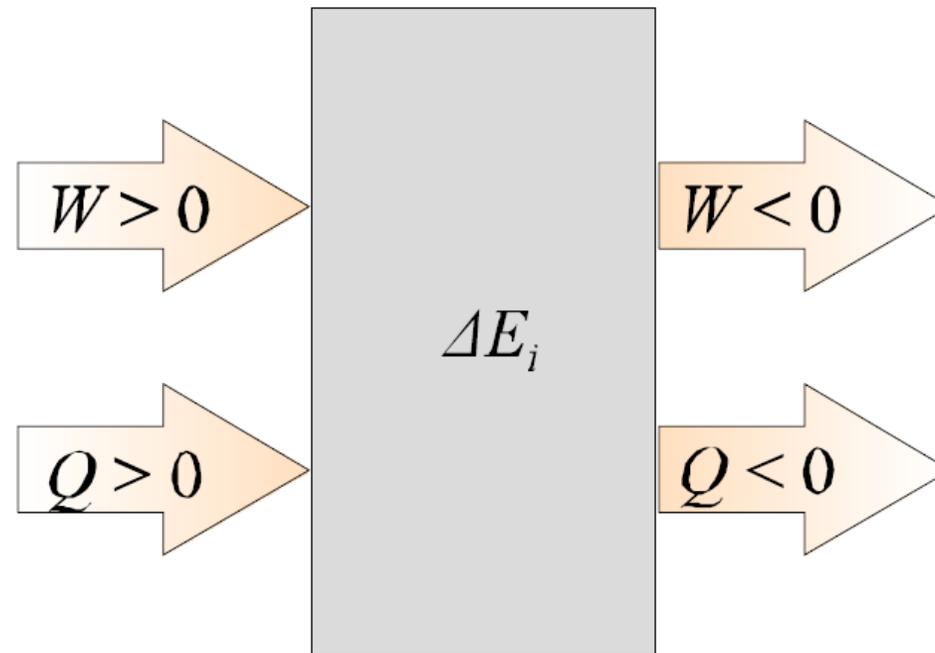
Wärme, Arbeit und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

- Eine zweite Möglichkeit ist die Herstellung eines Kontakts mit einem anderen Körper, der eine höhere Temperatur besitzt
- Hier findet dann ein Wärmeausgleich statt, bei dem die sich schneller bewegenden Teilchen Energie an den Block mit Teilchen niedrigerer Temperatur abgeben
- Diesen **mikroskopischen** Energieübergang bezeichnet man allgemein als **Wärme Q**



Wärme, Arbeit und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

- Per Vorzeichenkonvention wird am Vorzeichen klar an, ob Energie zu oder abgeführt wird:





Wärme, Arbeit und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

- Nach dem Energieerhaltungsprinzip wird dadurch der **1. Hauptsatz der Thermodynamik** klar:

Wird einem System beim Übergang vom Zustand 1 nach Zustand 2 Energie als Arbeit W und Wärme Q zugeführt so gilt:

$$\Delta E_i = E_{i,2} - E_{i,1} = W + Q.$$

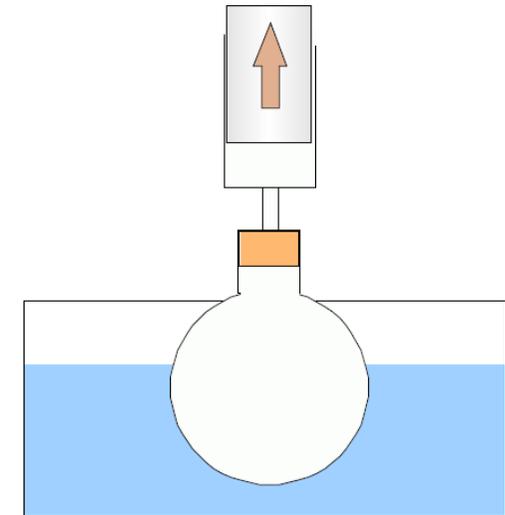
- W oder Q können dabei auch 0 sein.



Wärme, Arbeit und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

Zum besseren Verständnis schauen wir uns den folgenden Versuch an:

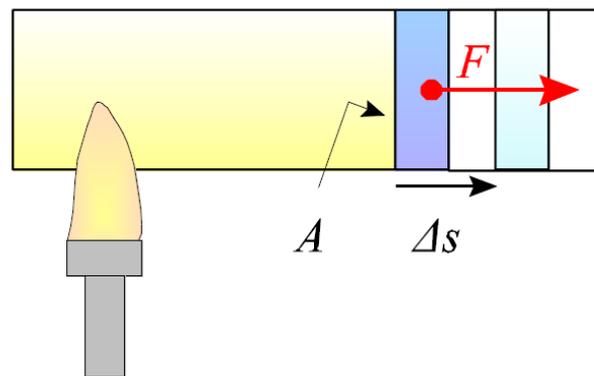
- Wärme vom umgebenden heißen Wasser wird zugeführt ($Q > 0$)
- Gleichzeitig dehnt sich das Gas aus und hebt den Kolben dabei an ($W < 0$)
- Erhöht sich die Temperatur des Gases, d. h. steigt E_i , dann ist die Wärme vom Betrag her größer als die Arbeit
- Ist die Zustandsänderung isotherm, dann sind W und Q vom Betrag her gleich!





Wärme, Arbeit und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

- Das Prinzip ist übrigens typisch für alle Wärmekraftmaschinen!
 - Gas dehnt sich aus und verrichtet auf diese Weise Arbeit (z. B. beim Ottomotor, Zylinder im Viertakter)
- Wir schauen uns den einfachen Fall an, dass das Gas einen Kolben mit der Kraft F um die Strecke Δs verschiebt, während der Druck p konstant bleibt:





Wärme, Arbeit und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

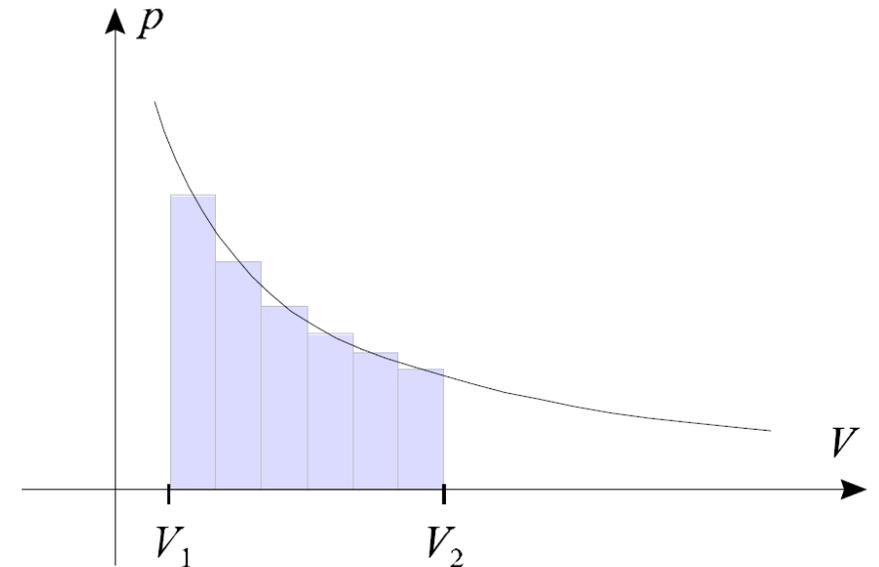
- Aus dem Produkt von Kraft und Strecke (oder Weg) folgt damit für die Arbeit:

$$\begin{aligned} W &= -F \cdot \Delta s = -F \cdot (s_2 - s_1) = -(p \cdot A s_2 - p \cdot A s_1) \\ &= -(p \cdot V_2 - p \cdot V_1) = -p \cdot (V_2 - V_1) = -p \cdot \Delta V \end{aligned}$$



Wärme, Arbeit und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

- Häufig ist der Druck bei dieser Arbeit nicht konstant!
- Der Druck hängt meist vom Volumen der Gasmenge ab (vgl. Boyle-Mariottesches Gesetz)
- In diesem Fall zerlegen wir den Prozess in viele kleine Teilprozesse, in denen der Druck jeweils als nahezu konstant angesehen werden kann
- Ganz im Sinne der Integralrechnung lässt sich dann die gesamte Volumenarbeit als Integral oder (näherungsweise) als Summe der Teilarbeiten $\Delta W_i = -p_i \cdot \Delta V$ berechnen





Wärme, Arbeit und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

- Der erhaltene Wert ist umso genauer, je kleiner die Volumenintervalle ΔV gewählt werden
- Diese Teilarbeiten lassen sich auch als Flächen von schmalen Rechtecken unter dem Graphen im p - V -Diagramm deuten:

$$\sum_i (-p_i \cdot \Delta V) \approx - \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = W$$

- Die Volumenarbeit ist betragstechnisch gleich der Fläche unter dem Graphen im p - V -Diagramm!



Wärme, Arbeit und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

Ergänzungen:

- **Zustandsgrößen** beschreiben den **Zustand** eines Systems. Dazu zählen p, T, V, E_i
- **Prozessgrößen** beschreiben Vorgänge, also **Zustandsänderungen!** Dazu zählen W und Q
- Zustandsänderungen, bei denen keine Wärme ausgetauscht wird, heißen **adiabatisch**
 - Wärmeübertragung ist i. A. recht langsam, daher sind schnell ablaufende Prozesse oft adiabatisch
 - Beispiel wäre ein Dieselmotor, bei dem ein Brennstoff-Luftgemisch durch schlagartiges Verdichten zur Explosion gebracht wird



Wärme, Arbeit und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

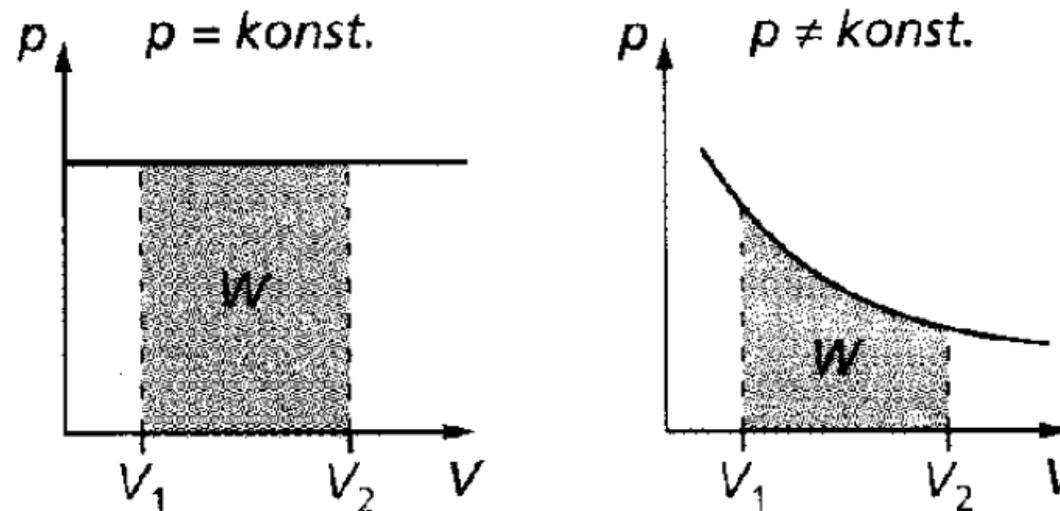
Wendet man den 1. Hauptsatz auf spezielle Zustandsänderungen an, ergibt sich:

| | |
|---|---|
| isobarer Vorgang ($p = \text{konstant}$) | isochorer Vorgang ($V = \text{konstant}$) |
| $\Delta U = W + Q$ $m \cdot c_v \cdot \Delta T = -p \cdot \Delta V + m \cdot c_p \cdot \Delta T$ | $W = 0$ $\Delta U = Q = m \cdot c_v \cdot \Delta T$ |
| isothermer Vorgang ($T = \text{konstant}$) | adiabatischer Vorgang ($Q = 0$) |
| $\Delta U = 0$ $W = -Q$ oder $Q = -W$ | $Q = 0$ $\Delta U = W$ |



Wärme, Arbeit und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

Für die mechanische Arbeit unterscheidet man ferner, ob die Zustandsänderung isobar erfolgt:





Wärme, Arbeit und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

Beispielaufgabe 1:

- Eine Gasmenge von 0,1 mol verdoppelt bei einem isothermen Prozess ($T = 520 \text{ K}$) sein Volumen.
 1. Berechne die vom Gas dabei verrichtete Volumenarbeit.
 2. Bestimme die dazu benötigte Wärme.



Wärme, Arbeit und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

Beispielaufgabe 1:

- Lsg.: 1.)

$$\begin{aligned} W &= - \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{n R T}{V} dV = - n R T \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV \\ &= - n R T [\ln(V)]_{V_1}^{V_2} = - n R T [\ln(V_2) - \ln(V_1)] \\ &= - n R T \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = - n R T \ln(2) \\ &= - 0,1 \text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{K mol}} \cdot 520 \text{ K} \cdot \ln(2) = - 300 \text{ J} \end{aligned}$$



Wärme, Arbeit und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

Beispielaufgabe 1:

- *Lsg.: 2.)*
 - *Da es sich um einen isothermen Vorgang handelt, muss $\Delta E_i = 0$ sein.*
 - *Nach dem 1. HS der Thermodynamik muss die Wärme entgegengesetzt gleich der verrichteten Arbeit sein, also 300 J betragen.*

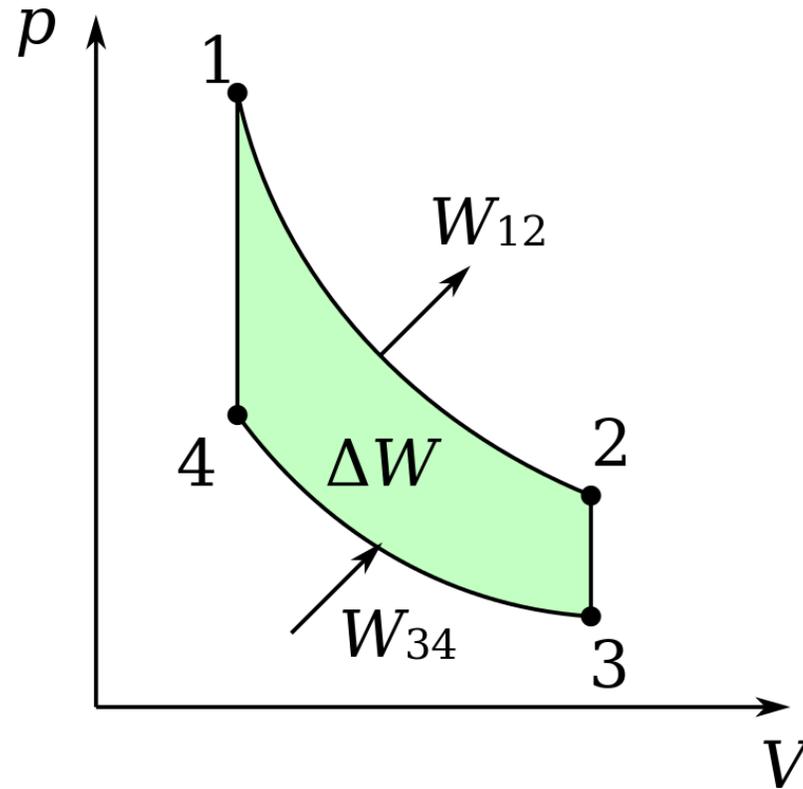


p-V-Diagramm

- Das p-V-Diagramm wird auch als Arbeitsdiagramm bezeichnet, da die Arbeit durch die Fläche unter der Kurve dargestellt wird
- Druck p wird über Volumen V aufgetragen
- Anstelle des Volumens lässt sich auch das spezifische Volumen $v = \frac{1}{\rho}$ auftragen
- Über die **Volumenänderung** lässt sich die **Arbeit** berechnen



p-V-Diagramm



$$W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV$$

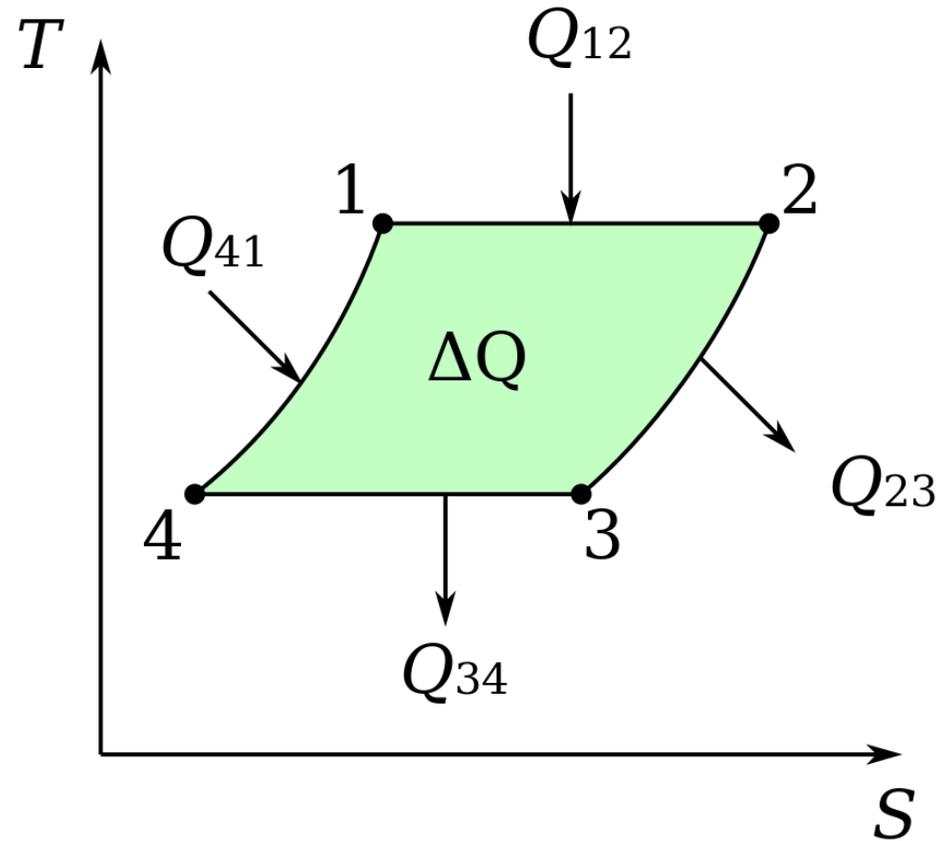


T-S-Diagramm

- Auftragung von Temperatur T über Entropie S
- Entropie kann auch durch spezifische Entropie s ersetzt werden (dividiert durch Masse m)
- Die Fläche unter den Kurven im T-S-Diagramm entspricht bei **reversiblen Zustandsänderungen** der über die Systemgrenze zu- bzw. abgeführten **Wärme**



T-S-Diagramm



$$Q_{1,2} = \int_{S_1}^{S_2} T \cdot dS$$



T-S-Diagramm

- Wie bei der Arbeit entspricht die **transportierte Wärme** der Fläche zwischen der Zustandskurve, der **Abszisse** und den **beiden Ordinaten**
- Über die **Entropieänderung** kann man die **Wärme** berechnen



Wärme­kraft­ma­schinen und der 2. Hauptsatz der Thermodynamik

- Der **2. Hauptsatz der Thermodynamik** lautet:
 - *In einem abgeschlossenen System kann sich die Entropie S niemals verkleinern.*
 - *Es gilt daher: $\Delta S \geq 0$*

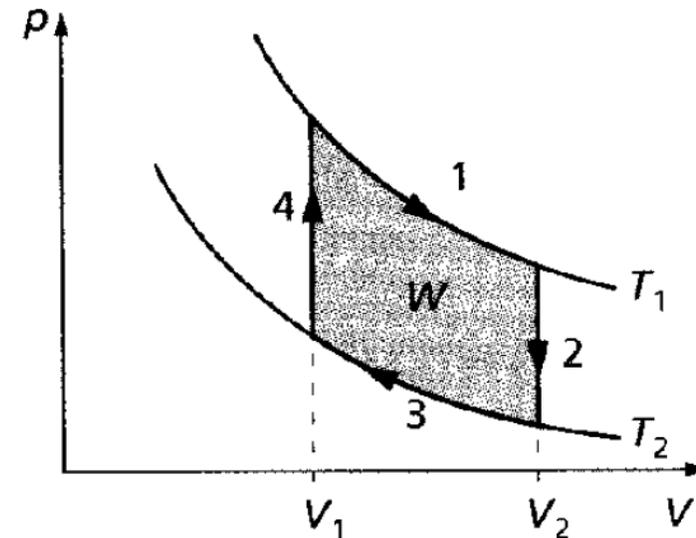


Wärmekraftmaschinen und der 2. Hauptsatz der Thermodynamik

- **Wärmekraftmaschinen:**

- **Wärmekraftmaschinen** (z. B. Ottomotor, Dieselmotor, Stirlingmotor, Gasturbine usw.) durchlaufen eine Abfolge von Zustandsänderungen, bis jeweils der Ausgangszustand erreicht wird
- Diese Abfolge wird auch (carnotscher) **Kreisprozess** genannt, dabei ist die nutzbare Arbeit gleich der eingeschlossenen Fläche (s. Skizze)
- Der **maximale thermische Wirkungsgrad** einer Wärmekraftmaschine beträgt:

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \text{oder} \quad \eta = 1 - \frac{|Q_{ab}|}{Q_{zu}}$$





Wärmekraftmaschinen und der 2. Hauptsatz der Thermodynamik

- Es gibt keine Zustandsänderung, deren einziges Ergebnis die Übertragung von Wärme von einem Körper niedriger auf einen Körper höherer Temperatur ist
- Es gibt keine Zustandsänderung, deren einzige Ergebnisse das Abkühlen eines Körpers und das Heben eines Gewichtes sind.
- Es gibt keine Wärmekraftmaschine, die bei gegebenen mittleren Temperaturen der Wärmezufuhr und Wärmeabfuhr einen höheren Wirkungsgrad hat als der aus diesen Temperaturen gebildete Carnot-Wirkungsgrad.



Wärmekraftmaschinen und der 2. Hauptsatz der Thermodynamik

- Alle irreversiblen Wärme-Kraft-Prozesse haben einen geringeren Wirkungsgrad.

$$dS = \frac{\delta Q}{T} + \frac{\delta W_{\text{diss}}}{T}$$

- In einem geschlossenen adiabaten System kann die Entropie nicht abnehmen, sie nimmt in der Regel zu. Nur bei reversiblen Prozessen bleibt sie konstant.



Wärmekraftmaschinen und der 2. Hauptsatz der Thermodynamik

- Die Thermische Energie eines Systems besteht aus einem Anteil Exergie und einem Anteil Anergie, wobei der exergetische Anteil verschwindet, wenn das System in den Umgebungszustand übergeführt wird

$$E_{\text{ex}} = \int_{S_2}^{S_1} (T(S) - T_U) dS$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_U}{T_{mzu}} = \frac{\text{Exergie}}{\text{thermische Energie}}$$



3. Hauptsatz der Thermodynamik

- Auch als **Nernst-Theorem** bekannt, rein quantentheoretischer Natur.
- Systeme können niemals bis zum absoluten Nullpunkt abkühlen

$$\lim_{T \rightarrow 0} S(T, p, V, \dots) = S(T = 0) = S_0$$

- Die konstante Entropie bei T=0 lässt sich ausdrücken als:

$$S_0 = k \cdot \ln(\Omega_0)$$

- k ist hier die Boltzmann-Konstante und Ω_0 die Anzahl der möglichen Mikrozustände im Grundzustand (Entartung)



3. Hauptsatz der Thermodynamik

- Bspw. würde für einen n-atomigen Kristall, dessen Atome im Energiegrundzustand zwei mögliche Spineinstellungen haben, ergeben:

$$S_0 = k \cdot \ln(2^n)$$



Zustandsänderungen

- Isobar
- Isochor
- Isotherm
- Isentrop
- Polytrop



Isobare Zustandsänderung

- Wenn wir dem System **Wärme Q** zuführen, dann muss das Gas **Volumenarbeit** verrichten, um den **Druck konstant** zu halten
- Das Volumen und auch die innere Energie steigen daher. Diesen Vorgang kennt man auch unter dem Namen „**isobare Expansion**“
- Verringern sich das Volumen V und die innere Energie U , dann spricht man von „**isobarer Kompression**“



Isobare Zustandsänderung

- Für einen konstanten Druck im System ergibt sich aus dem idealen Gasgesetz:

$$\frac{V}{T} = \textit{konst.}$$

- Dieser Zusammenhang zwischen Volumen und Temperatur bei einer isobaren Zustandsänderung wird durch das Gesetz von Gay-Lussac beschrieben.
- Wollen wir nun aus den Zustandsgrößen des ersten Zustands eine Zustandsgröße des zweiten Zustands berechnen, dann müssen wir die Formel nach der gewünschten Größe umstellen:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$



Isobare Zustandsänderung

- Sind die Anfangs- und Endtemperaturen gegeben, können wir daraus die Änderung der inneren Energie ΔU bei einer isobaren Zustandsänderung ermitteln:

$$\Delta U = c_v \cdot m \cdot \Delta T = c_v \cdot m \cdot T_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) = c_v \cdot m \cdot T_1 \cdot \left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) = \Delta Q + \Delta W$$

- m = Gasmasse
- c_v = spezifische Wärmekapazität des Gases



Isobare Zustandsänderung

- Thermische Zustandsgleichung:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T = m \cdot R_i \cdot T$$

- Bei einer isobaren Zustandsänderung gilt **p = konst.:**

$$p \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1 = m \cdot R_i \cdot T_1$$

$$p \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2 = m \cdot R_i \cdot T_2$$

- R = allgemeine Gaskonstante
 R_i = spezifische Gaskonstante



Isobare Zustandsänderung

- Volumenänderungsarbeit:

$$U_2 - U_1 = Q + W_V + W_{diss}$$

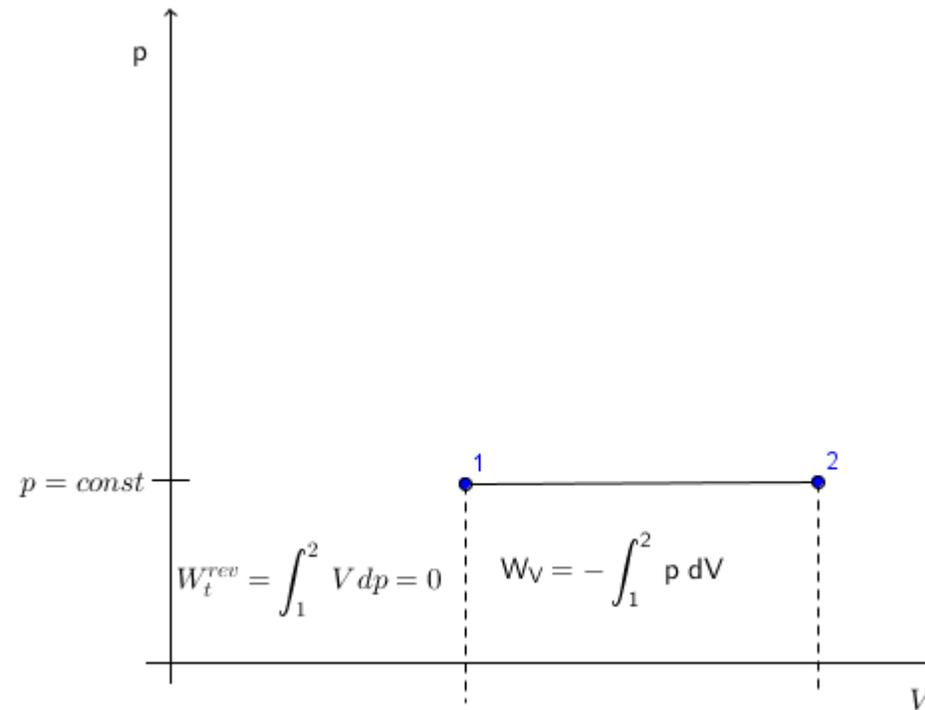
- mit:

$$W_V = p(V_1 - V_2) = n R (T_1 - T_2).$$



Isobare Zustandsänderung

- p-V-Diagramm:





Isobare Zustandsänderung

- Thermische Zustandsgleichung:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T = m \cdot R_i \cdot T$$

- Bei einer isobaren Zustandsänderung gilt **p = konst.:**

$$p \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1 = m \cdot R_i \cdot T_1$$

$$p \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2 = m \cdot R_i \cdot T_2$$

- R = allgemeine Gaskonstante
 R_i = spezifische Gaskonstante



Isobare Zustandsänderung

- Reversible technische Arbeit (Druckänderungsarbeit) = 0, da **isobar!**



METHODE

$$W_t^{rev} = \int_1^2 V dp = 0.$$



Isobare Zustandsänderung

- Wärme:

Zur Berechnung der zu- bzw. abgeführten Wärme ändert sich **nicht die Gleichung** für die innere Energie

$$U_2 - U_1 = Q + W_V + W_{diss}$$

des geschlossenen Systems wie im vorherigen Abschnitt bei der isochoren Zustandsänderung. Das liegt daran, dass die Volumenänderungsarbeit W_V hier nicht null wird. Es ändert sich aber dafür die Gleichung für die Enthalpie für das offene System

$$H_2 - H_1 = Q + W_t^{rev} + W_{diss}.$$



Isobare Zustandsänderung

- Wärme:

Aufgelöst nach der Wärme Q und mit der Druckänderungsarbeit gleich Null $W_t^{rev} = 0$ berechnet sich die Wärme im offenen System dann:

$$Q = H_2 - H_1 - W_{diss}.$$

Man kann $H_2 - H_1$ auch kalorisch ausdrücken mit:

$$H_2 - H_1 = m c_{pm} \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1).$$



Isobare Zustandsänderung

- Damit ist die Wärme für den irreversiblen Prozess:



METHODE

$$Q = H_2 - H_1 - W_{diss} = m c_{pm} \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1) - W_{diss}$$

Handelt es sich um einen **reversiblen Prozess**, so ist $W_{diss} = 0$ und damit:



METHODE

$$Q = H_2 - H_1 = m c_{pm} \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1).$$



Isobare Zustandsänderung

- Entropie:

Bei der Entropie ändert sich die folgende Formel:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dH - V dp}{T}$$

Da der Druck konstant ist, wird $-V dp = 0$, daraus folgt:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dH}{T} = \int_1^2 \frac{m c_p dT}{T}$$



Isobare Zustandsänderung

- Integriert ergibt das Ganze:



METHODE

$$S_2 - S_1 = m c_{pm} \Big|_{T_1}^{T_2} \ln \frac{T_2}{T_1}.$$



Isobare Zustandsänderung

Die Entropie lässt sich in einem T,S-Diagramm darstellen. Die Entropie kann auch geschrieben werden als

$$\int T dS = Q + W_{diss}.$$



Isobare Zustandsänderung

Dabei ist allgemein gesehen die Fläche unter der Kurve (Isobare) zur S -Achse die Summe aus Wärme Q und Dissipationsarbeit W_{diss} . In dem Falle der **isobaren** Zustandsänderung ist diese Fläche auch gleichzeitig die **Änderung der Enthalpie** $H_2 - H_1$. Der Grund liegt darin, dass die Druckänderungsarbeit W_t^{rev} wegfällt und damit die Gleichung

$$H_2 - H_1 = Q + W_t^{rev} + W_{diss}$$

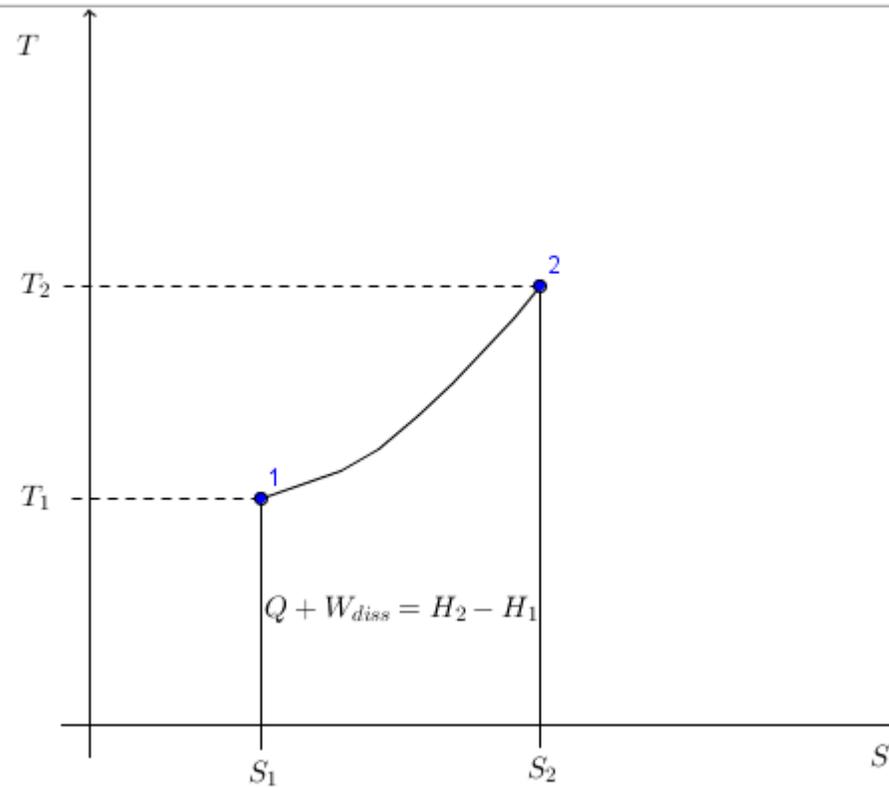
nun folgendermaßen aussieht:

$$H_2 - H_1 = Q + W_{diss}.$$



Isobare Zustandsänderung

- T-S-Diagramm:





Isobare Zustandsänderung

- Handelt es sich um einen reversiblen Prozess, so fällt auch W_{diss} weg und damit gilt:

$$Q = H_2 - H_1$$

- Bei einem irreversiblen adiabten Prozess gilt $Q = 0$:

$$W_{diss} = H_2 - H_1$$

- Bei einem reversiblen adiabaten Prozess gilt $Q = W_{diss} = 0$:

$$H_2 - H_1 = 0$$



Isochore Zustandsänderung

Bei einer isochoren Zustandsänderung ist das **Volumen konstant**, der Druck p und die Temperatur T hingegen nicht. Demnach gelten die zwei thermischen Zustandsgleichungen

$$p_1 V = m R_i T_1 \quad \text{bzw.} \quad p_1 V = n R T_1$$

$$p_2 V = m R_i T_2 \quad \text{bzw.} \quad p_2 V = n R T_2$$



Isochore Zustandsänderung

und das Gesetz von Amontons (Abschnitt *Spezialfälle des allgemeinen Gasgesetzes*) mit $V = \text{const}$:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$



Isochore Zustandsänderung

Bei der Formel für die innere Energie für ein **geschlossenes** System

$$U_2 - U_1 = Q + W_V + W_{diss}$$

ist bei der isochoren Zustandsänderung der Term $W_V = - \int p dV$ (= Volumenänderungsarbeit) betroffen. Es findet keine Volumenänderungsarbeit statt, da das Volumen sich nicht ändert



Isochore Zustandsänderung

- Es gilt:



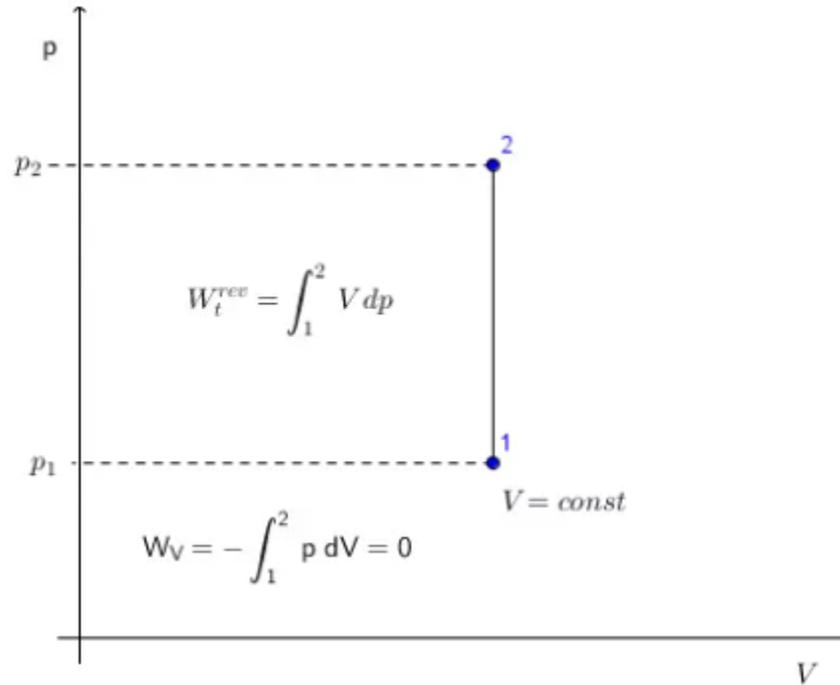
METHODE

$$W_V = - \int_1^2 p dV = 0.$$

Die Volumenänderungsarbeit W_V lässt sich im p,V-Diagramm darstellen und ist die Fläche unter der Kurve zur horizontalen Achse (V -Achse). Im Falle der isochoren Zustandsänderung ist diese allerdings Null und es existiert demnach auch keine Fläche unter der Kurve



Isochore Zustandsänderung





Isochore Zustandsänderung

- Wärme:

Für die Berechnung der Wärme ändert sich die Gleichung der inneren Energie für das geschlossene System, weil die Volumenänderungsarbeit gleich Null wird $W_V = 0$:

$$U_2 - U_1 = Q + W_{diss}.$$



Isochore Zustandsänderung

- Wärme:

Umgestellt nach Q :

$$Q = U_2 - U_1 - W_{diss}.$$

Man kann $U_2 - U_1$ auch kalorisch ausdrücken mit:

$$U_2 - U_1 = m c_{vm} \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1)$$



Isochore Zustandsänderung

Damit ist die Wärme für einen **irreversiblen Prozess**:



METHODE

$$Q = U_2 - U_1 - W_{diss} = m c_{vm} \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1) - W_{diss}$$

Handelt es sich um einen **reversiblen Prozess**, so ist $W_{diss} = 0$ und damit:



METHODE

$$Q = U_2 - U_1 = m c_{vm} \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1)$$



Isochore Zustandsänderung

- Reversible technische Arbeit (Druckänderungsarbeit):

Die reversible technische Arbeit $W_t^{rev} = \int_1^2 V dp$ ist bei offenen Systemen mit konstantem Volumen $V = \text{const}$:



METHODE

$$W_t^{rev} = \int_1^2 V dp = V(p_2 - p_1)$$



Isochore Zustandsänderung

Man kann hier auch die *thermische Zustandsgleichung* einsetzen:



METHODE

$$W_t^{rev} = V(p_2 - p_1) = p_2V - p_1V = m R_i (T_2 - T_1)$$

Die Druckänderungsarbeit lässt sich, sowie die Volumenänderungsarbeit, im p,V-Diagramm darstellen. Die Druckänderungsarbeit W_t^{rev} stellt die Fläche zur vertikalen Achse (*p*-Achse) dar



Isochore Zustandsänderung

- Entropie:

Bei der Entropie ändert sich die folgende Formel:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dU + p dV}{T}$$

Da das Volumen konstant ist, wird $p dV = 0$, daraus folgt:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dU}{T} = \int_1^2 \frac{m c_v dT}{T}$$



Isochore Zustandsänderung

- Entropie:

Integriert ergibt das ganze:

$$S_2 - S_1 = m c_{vm} \Big|_{T_1}^{T_2} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Die Entropie lässt sich in einem T,S-Diagramm darstellen



Isochore Zustandsänderung

- Entropie kann auch geschrieben werden als:

$$\int T dS = Q + W_{diss}.$$



Isochore Zustandsänderung

Dabei ist allgemein gesehen die Fläche unter der Kurve (Isochore) zur S -Achse die Summe aus Wärme Q und Dissipationsarbeit W_{diss} . In dem Falle der isochoren Zustandsänderung ist diese Fläche auch gleichzeitig die Änderung der inneren Energie $U_2 - U_1$. Der Grund liegt darin, dass die Volumenänderungsarbeit wegfällt und damit die Gleichung

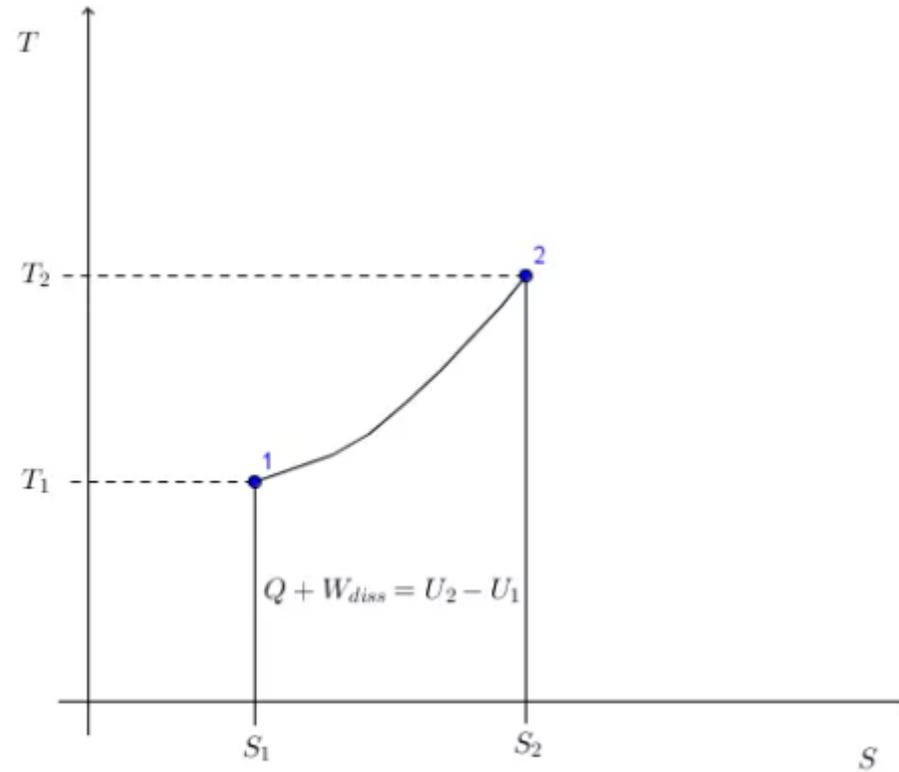
$$U_2 - U_1 = Q + W_V + W_{diss}$$

nun folgendermaßen aussieht:

$$U_2 - U_1 = Q + W_{diss}.$$



Isochore Zustandsänderung





Isochore Zustandsänderung

Handelt sich um einen reversiblen Prozess so fällt auch W_{diss} weg und damit ist:

$$Q = U_2 - U_1$$

Handelt es sich hingegen um einen irreversiblen adiabaten Prozess so gilt $Q = 0$:

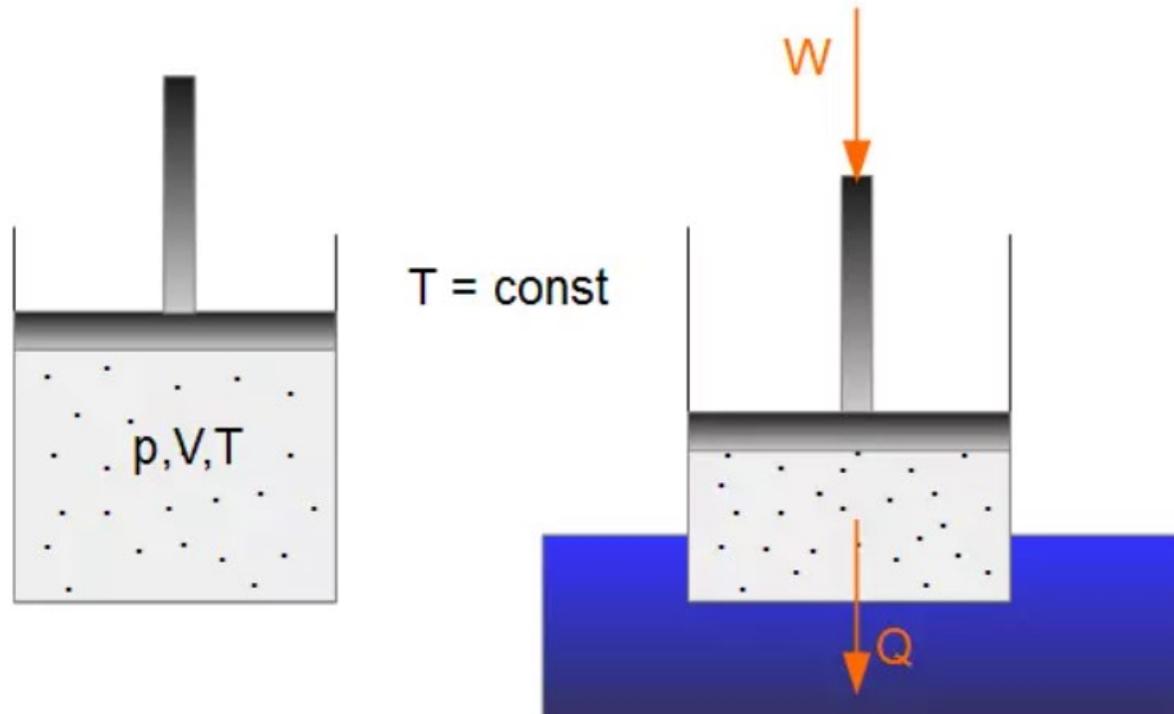
$$W_{diss} = U_2 - U_1$$

Handelt es sich um einen reversiblen adiabaten Prozess so gilt $Q = W_{diss} = 0$:

$$U_2 - U_1 = 0$$



Isotherme Zustandsänderung





Isotherme Zustandsänderung

Bei einer isothermen Zustandsänderung ist die Temperatur T konstant, das Volumen V und der Druck p hingegen nicht. Demnach gelten die zwei thermischen Zustandsgleichungen

$$p_1 V_1 = m R_i T \quad \text{bzw.} \quad p_1 V_1 = n R T.$$

$$p_2 V_2 = m R_i T \quad \text{bzw.} \quad p_2 V_2 = n R T.$$

und das **Gesetz von Boyle und Mariotte** (Abschnitt *Spezialfälle des allgemeinen Gasgesetzes*) mit $T = \text{const}$:

$$pV = \text{const.}$$



Isotherme Zustandsänderung

Für den Vergleich von zwei Volumina bzw. Drücken gilt dann:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}.$$



Isotherme Zustandsänderung

Im p,V -Diagramm verläuft die Isotherme wie eine gleichseitige Hyperbel. Das bedeutet die p -Achse (y -Achse) und die V -Achse (x -Achse) stellen die Asymptoten dar:

$$pV = \text{const.}$$

Mathematisch ausgedrückt:

$$xy = \text{const.}$$



Isotherme Zustandsänderung

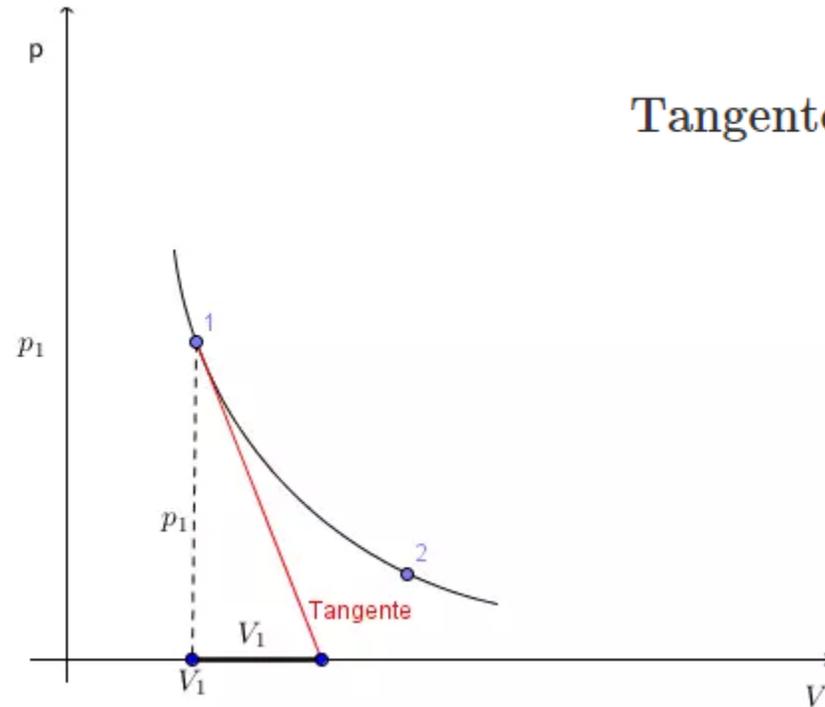
Die Ableitung von $pV = \text{const}$ führt zu:

$$pdV + dpV = 0$$

$$\rightarrow \frac{dp}{dV} = -\frac{p}{V}.$$



Isotherme Zustandsänderung



$$\text{Tangente} = \sqrt{p_1^2 + V_1^2}$$



Isotherme Zustandsänderung

- Volumenänderungsarbeit:

Die Volumenänderungsarbeit für ein geschlossenes System ist mit $T = \text{const}$:



METHODE

$$W_V = - \int_1^2 p dV.$$

Es ändert sich also nichts an der Volumenänderungsarbeit, da sowohl p als auch V nicht konstant sind.



Isotherme Zustandsänderung

Man kann die *thermische Zustandsgleichung*, aufgelöst nach p , in die Volumenänderungsarbeit W_V einsetzen:

$$p = \frac{m R_i T}{V} \quad \text{bzw.} \quad p = \frac{n R T}{V}.$$

Eingesetzt ergibt sich:

$$W_V = - \int_1^2 m R_i T \frac{dV}{V}.$$



Isotherme Zustandsänderung

Da in dieser Gleichung T konstant ist (m und R_i sind sowieso konstant) kann man das Integral wie folgt auflösen:

$$W_V = -m R_i T (\ln(V_2) - \ln(V_1))$$

$$\rightarrow W_V = m R_i T (\ln(V_1) - \ln(V_2)).$$



Isotherme Zustandsänderung



METHODE

$$\rightarrow W_V = m R_i T \ln \frac{V_1}{V_2}.$$

Setzt man nun für $m R_i T$ stattdessen $p_1 V_1$ ein (denn $p_1 V_1 = m R_i T$), und für $\ln \frac{V_1}{V_2} = \ln \frac{p_2}{p_1}$ (denn nach dem Gesetz von Boyle und Mariotte gilt $\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$), so ergibt sich:



Isotherme Zustandsänderung

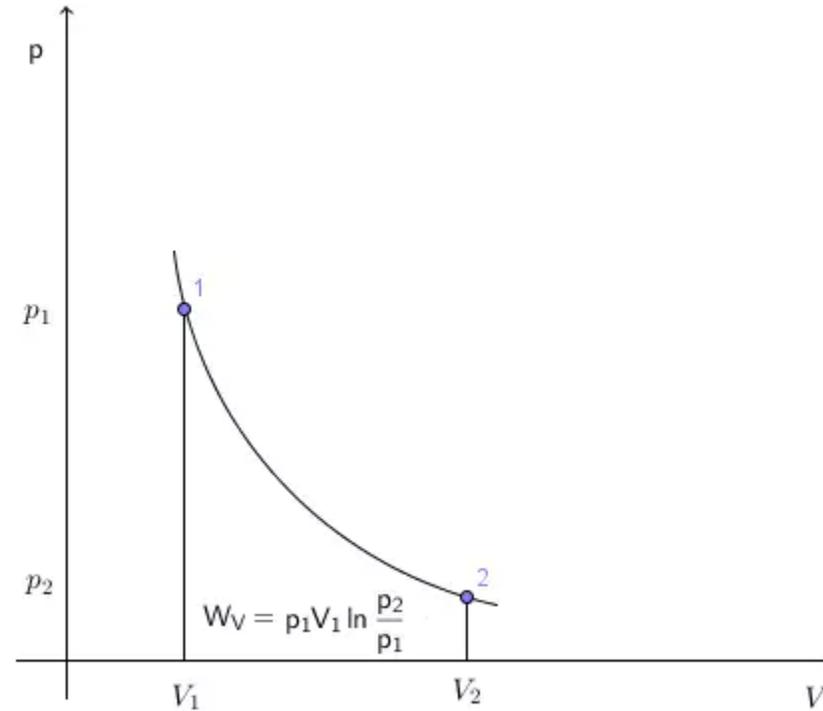


METHODE

$$\rightarrow W_V = p_1 V_1 \ln \frac{p_2}{p_1}.$$



Isotherme Zustandsänderung





Isotherme Zustandsänderung

- Reversible technische Arbeit (Druckänderungsarbeit):



METHODE

$$W_t^{rev} = \int_1^2 V dp.$$



Isotherme Zustandsänderung

- Reversible technische Arbeit (Druckänderungsarbeit):

Durch Einsetzen der thermischen Zustandsgleichung (umgestellt nach V) in die Druckänderungsarbeit W_t^{rev} , ergibt sich:

$$W_t^{rev} = \int_1^2 m R_i T \frac{dp}{p}.$$

Da T , R_i und m konstant sind, kann man das Integral wie folgt auflösen:

$$W_t^{rev} = m R_i T \ln(p_2) - \ln(p_1)$$



Isotherme Zustandsänderung

- Reversible technische Arbeit (Druckänderungsarbeit):



METHODE

$$\rightarrow W_t^{rev} = m R_i T \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right).$$

Setzt man nun für $m R_i T$ stattdessen $p_1 V_1$ ein (denn $p_1 V_1 = m R_i T$) so ergibt sich:

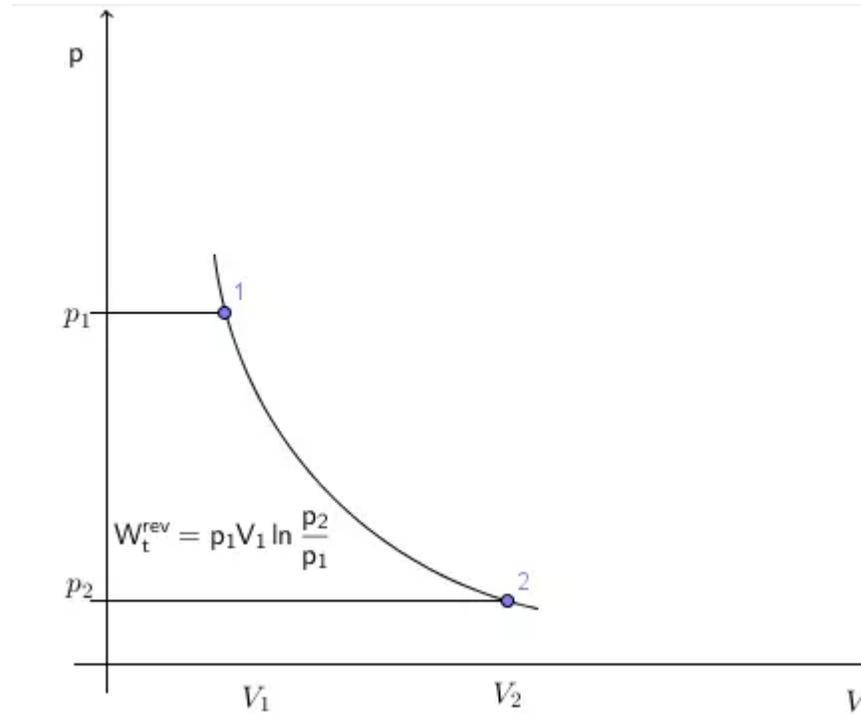


METHODE

$$\rightarrow W_t^{rev} = p_1 V_1 \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right).$$



Isotherme Zustandsänderung





Isotherme Zustandsänderung

- Wärme:

Bei der isothermen Zustandsänderung $T = \text{const}$ ändert sich die **innere Energie** und die **Enthalpie** nicht, da diese temperaturabhängig sind:

$$U_2 - U_1 = \int_1^2 m c_v dT = 0$$

und

$$H_2 - H_1 = \int_1^2 m c_p dT = 0.$$



Isotherme Zustandsänderung

- Wärme:

Daraus folgt für die Berechnung der Wärme aus der Formel für die *Änderung der inneren Energie*:

$$U_2 - U_1 = Q + W_V + W_{diss} = 0.$$



Isotherme Zustandsänderung

Für einen **irreversiblen Prozess** ergibt sich damit für die Wärme:



METHODE

$$Q = -W_V - W_{diss}.$$

Für einen **reversiblen Prozess** mit $W_{diss} = 0$ ergibt sich:



METHODE

$$Q = -W_V.$$



Isotherme Zustandsänderung

Es folgt für die Berechnung der Wärme aus der Formel für die *Änderung der Enthalpie*:

$$H_2 - H_1 = Q + W_t^{rev} + W_{diss} = 0.$$



Isotherme Zustandsänderung

Für einen irreversiblen Prozess ergibt sich damit für die Wärme:



METHODE

$$Q = -W_t^{rev} - W_{diss}.$$

Für einen reversiblen Prozess mit $W_{diss} = 0$ ergibt sich damit für die Wärme:



METHODE

$$Q = -W_t^{rev}.$$



Isotherme Zustandsänderung

Bei der Entropie ändert sich die folgende Formel:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ + dW_{diss}}{T}$$

Da $T = \text{const}$ kann man das Integral wie folgt auflösen:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{Q + W_{diss}}{T}$$



Isotherme Zustandsänderung

Wie bereits oben erwähnt ist aufgrund der konstanten Temperatur die Änderung der inneren Energie und die Enthalpieänderung gleich Null. Die Formeln für die Entropie sehen wie folgt aus:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dU + p dV}{T} = \int_1^2 \frac{p dV}{T}.$$

Einsetzen der thermischen Zustandsgleichung (nach p aufgelöst):

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{m R_i T dV}{V T}.$$



Isotherme Zustandsänderung

Alle konstanten vor das Integral ziehen (m, R_i, T):

$$S_2 - S_1 = m R_i \int_1^2 \frac{dV}{V}.$$

Integral auflösen ergibt die Änderung der Entropie mittels Volumenverhältnis:



METHODE

$$S_2 - S_1 = m R_i \ln(V_2) - \ln(V_1) = m R_i \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right).$$



Isotherme Zustandsänderung

Einsetzen des Gesetzes von Boyle und Mariotte $\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$ ergibt die Änderung der Entropie mittels Druckverhältnis:



METHODE

$$S_2 - S_1 = m R_i \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right).$$



Isotherme Zustandsänderung

Die Entropie lässt sich in einem T,S-Diagramm darstellen. Die Entropie kann auch geschrieben werden als

$$\int T dS = Q + W_{diss}.$$

Da T konstant ist, fällt das Integral weg:

$$T(S_2 - S_1) = Q + W_{diss}.$$



Isotherme Zustandsänderung

- Dabei ist allgemein gesehen die Fläche unter der Kurve (Isobare) zur S -Achse die Summe aus Wärme Q und Dissipationsarbeit W_{diss} .
- In dem Falle der **isothermen** Zustandsänderung ist diese Fläche auch gleichzeitig die reversible technische Arbeit W_{rev}^t (beim offenen System) sowie die Volumenänderungsarbeit W_V (beim geschlossenen System).
- Das bedeutet also, dass die Fläche unter der Kurve im T,S-Diagramm genau so groß ist wie die Flächen im p,V-Diagramm
 - Der Grund dafür liegt darin, dass die Änderung der inneren Energie und die Änderung der Enthalpie gleich Null sind



Isotherme Zustandsänderung

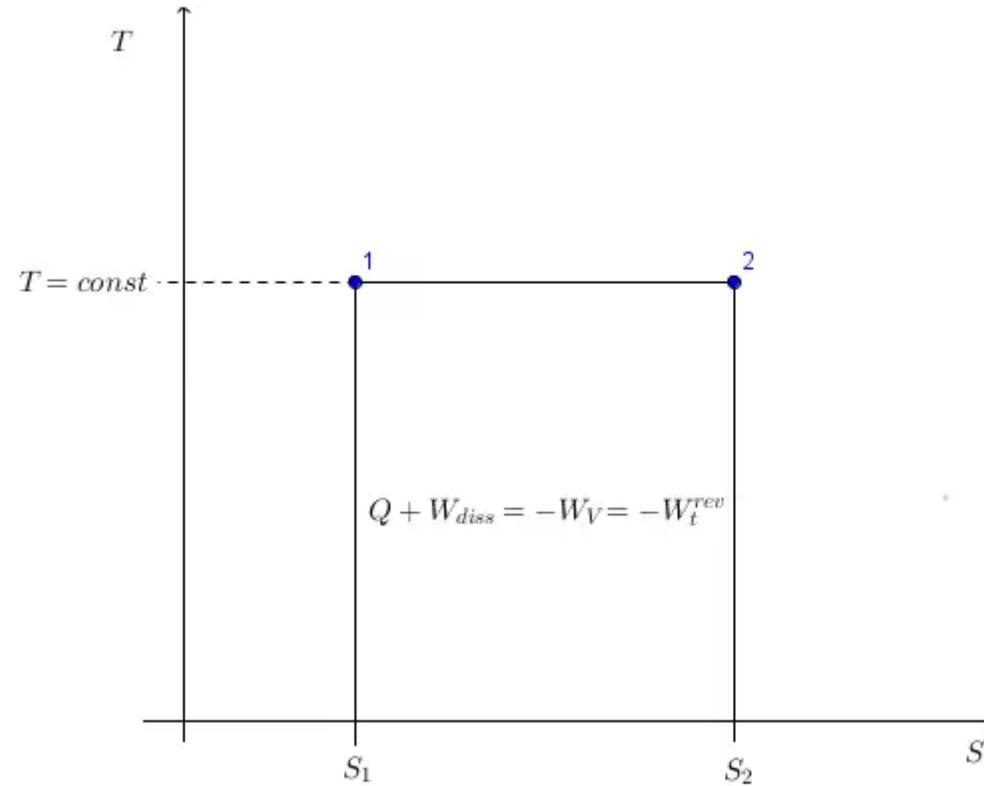
- Die Gleichungen sehen dann wie folgt aus:

$$Q + W_{diss} = -W_V = T(S_2 - S_1).$$

$$Q + W_{diss} = -W_t^{rev} = T(S_2 - S_1).$$



Isotherme Zustandsänderung





Isotherme Zustandsänderung

Handelt sich um einen reversiblen Prozess so fällt auch W_{diss} weg und damit ist:

$$Q = -W_V = -W_t^{rev}$$

Handelt es sich hingegen um einen irreversiblen adiabaten Prozess so gilt $Q = 0$:

$$W_{diss} = -W_V = -W_t^{rev}$$

Handelt es sich um einen reversiblen adiabaten Prozess so gilt $Q = W_{diss} = 0$:

$$-W_V = -W_t^{rev} = 0$$



Isetrope Zustandsänderung

Handelt es sich um eine isentrope Zustandsänderung so ist damit gemeint, dass die Entropie S konstant bleibt:

$$S = \text{const} \rightarrow \Delta S = 0.$$



Isentrope Zustandsänderung

Die isentrope Zustandsänderung liegt beispielweise dann vor, wenn es sich um ein adiabates System ($Q = 0$) mit einem reversiblen Prozess ($W_{diss} = 0$) handelt. Die Gleichung für die Änderung der Entropie

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ + dW_{diss}}{T}$$

wird dann mit $dQ = 0$ und $dW_{diss} = 0$ zu

$$S_2 - S_1 = 0.$$



Isentrope Zustandsänderung

- Herleitung Zusammenhang Volumen-Druck:

Es werden die folgenden zwei Gleichungen für die Entropie betrachtet

$$dS = \frac{dU + p dV}{T} = 0 \quad \text{und} \quad dS = \frac{dH - V dp}{T} = 0.$$

Aufgelöst nach dU und nach dH ergibt:

$$dU = -p dV \quad \text{und} \quad dH = V dp$$



Isentrope Zustandsänderung

- Herleitung Zusammenhang Volumen-Druck:

Division der beiden Gleichungen:

$$\frac{dH}{dU} = \frac{V dp}{-p dV}$$

- Der Term auf der rechten Seite der Gleichung wird auch als **Isentropenexponent** κ bezeichnet



Isentrope Zustandsänderung

- **Isentropenexponent** κ = Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{V dp}{-p dV}.$$

Umgestellt erhält man:

$$-\frac{dp}{p} = \kappa \frac{dV}{V}$$



Isentrope Zustandsänderung

Diese Gleichung wird im nächsten Schritt integriert:

$$-\ln(p_2) - \ln(p_1) = \kappa[\ln(V_2) - \ln(V_1)]$$

$$\ln(p_1) - \ln(p_2) = \kappa[\ln(V_2) - \ln(V_1)]$$

$$\ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \kappa \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right).$$



Isentrope Zustandsänderung



METHODE

$$\rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\kappa$$



Isentrope Zustandsänderung

- Thermische Zustandsgleichung:

Es kann nun auf die **thermische Zustandsgleichung** übergegangen werden, indem die obige Gleichung umgestellt wird:

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa \quad \text{mit } pV^\kappa = \text{const.}$$

Es gelten die zwei thermischen Zustandsgleichungen

$$p_1 V_1 = m R_i T_1 \quad \text{und} \quad p_2 V_2 = m R_i T_2.$$



Isentrope Zustandsänderung

- Thermische Zustandsgleichung:

Nach p_1 bzw. p_2 aufgelöst und miteinander dividiert:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1 V_2}{T_2 V_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\kappa.$$



Isentrope Zustandsänderung

Die Gleichung umgestellt nach der Temperatur:



METHODE

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\kappa \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right) = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\kappa-1}$$



METHODE

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$



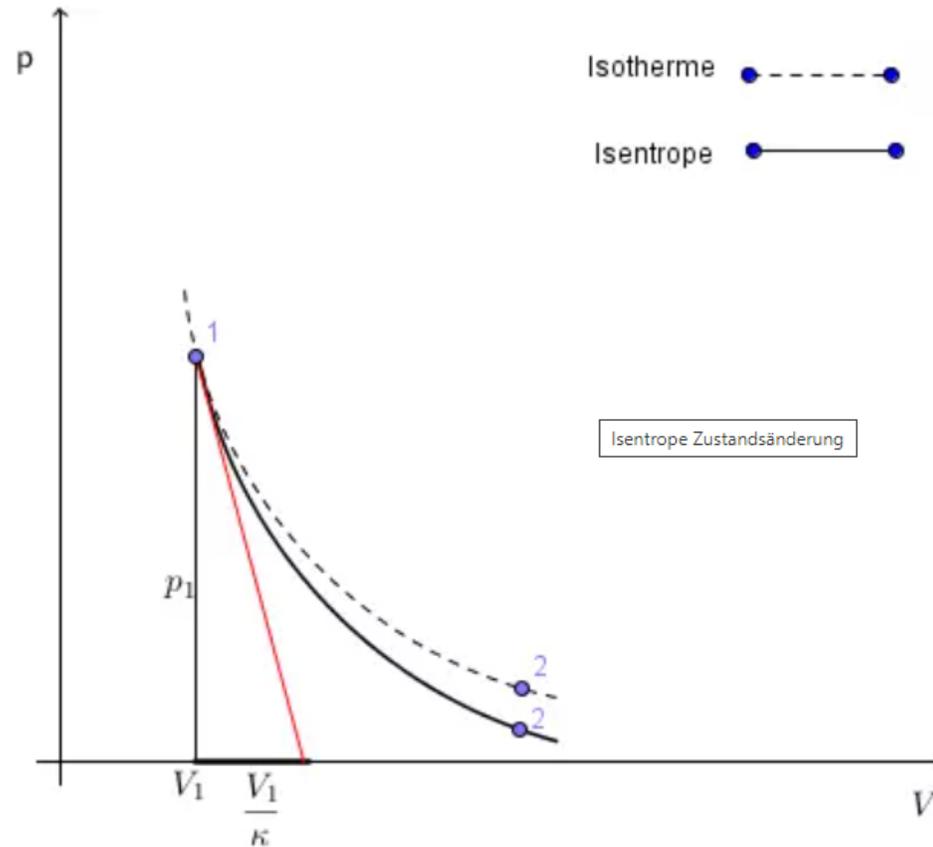
Isentrope Zustandsänderung

Im p,V-Diagramm verläuft die Isentrope steiler als die Isotherme. Auch bei der Isentrope kann man die Tangente mit folgendem Zusammenhang bestimmen:

$$\frac{dp}{dV} = -\kappa \frac{p}{V} = \frac{p}{\frac{V_1}{\kappa}}.$$



Isentrope Zustandsänderung



$$\text{Tangente} = \sqrt{p_1^2 + \left(\frac{V_1}{\kappa}\right)^2}$$



Isentrope Zustandsänderung

- Volumenänderungsarbeit:

Zur Bestimmung der Volumenänderungsarbeit kann die Formel für die Änderung der inneren Energie verwendet werden:

$$U_2 - U_1 = Q + W_V + W_{diss}.$$

Da es sich hierbei um einen reversiblen Prozess in einem adiabaten System handelt gilt:

$$U_2 - U_1 = W_V.$$



Isentrope Zustandsänderung

- Volumenänderungsarbeit:

Die Änderung der inneren Energie kann auch kalorisch ausgedrückt werden mit:

$$U_2 - U_1 = m \cdot c_{vm} \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1).$$



Isetrope Zustandsänderung

Es ergibt sich nach Einsetzen der kalorischen Gleichung:



METHODE

$$W_V = m \cdot c_{vm} \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1).$$



Isentrope Zustandsänderung

Mit der folgenden Gleichung

$$\kappa = 1 + \frac{R_i}{c_v}$$

nach c_v aufgelöst und eingesetzt in die obige Gleichung ergibt sich:



METHODE

$$W_V = m \cdot \frac{R_i}{\kappa - 1} (T_2 - T_1).$$



Isentrope Zustandsänderung

Die Klammern aufgelöst ergibt sich:

$$W_V = \frac{m R_i T_2}{\kappa-1} - \frac{m R_i T_1}{\kappa-1}$$

Es kann für $m R_i T_2 = p_2 V_2$ und für $m R_i T_1 = p_1 V_1$ eingesetzt werden:

$$W_V = \frac{p_2 V_2}{\kappa-1} - \frac{p_1 V_1}{\kappa-1}$$



Isentrope Zustandsänderung



METHODE

$$W_V = \frac{1}{\kappa-1} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$$



Isentrope Zustandsänderung

Wir betrachten wieder die thermische Zustandsgleichung:

$$p_1 V_1 = m R_i T_1$$

$$p_2 V_2 = m R_i T_2$$

Lösen beide nach T_1 und T_2 auf und dividieren beide durcheinander:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}$$



Isentrope Zustandsänderung

Danach nach $p_2 V_2$ auflösen:

$$p_2 V_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot p_1 V_1$$

Und oben einsetzen:

$$W_V = \frac{1}{\kappa-1} \left(\frac{T_2}{T_1} \cdot p_1 V_1 - p_1 V_1 \right)$$



Isentrope Zustandsänderung

Ausklammern von $p_1 V_1$ ergibt:



METHODE

$$W_V = \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$$



Isentrope Zustandsänderung

Für die folgenden Gleichungen werden die in dem obigen Abschnitt **Thermische Zustandsgleichung** angegebenen Zusammenhängen angewandt:



METHODE

$$W_V = \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1} \left(\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa - 1} - 1 \right)$$



METHODE

$$W_V = \frac{p_1 V_1}{\kappa - 1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right)$$

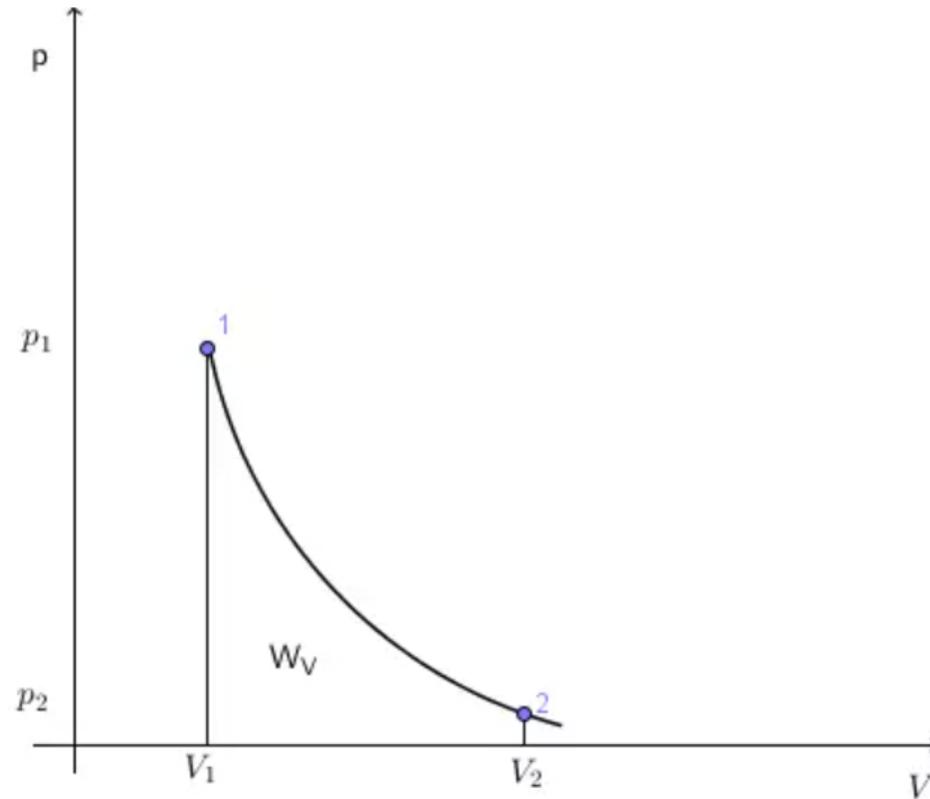


Isentrope Zustandsänderung

Alle 6 Gleichungen sind relevant zur Berechnung der Volumenänderungsarbeit in Abhängigkeit davon, welche Zustandsgrößen gegeben sind.



Isentrope Zustandsänderung





Isentrope Zustandsänderung

- Wärme:

Da es sich um ein adiabates System mit reversiblen Prozess handelt wird weder Wärme zu- noch abgeführt:

$$Q = 0.$$



Isentrope Zustandsänderung

- Reversible technische Arbeit:

Die reversible technische Arbeit kann aus der Gleichung für die Änderung der Enthalpie am offenen System bestimmt werden:

$$H_2 - H_1 = \Delta H = W_t^{rev} + W_{diss} + Q$$



Isentrope Zustandsänderung

- Reversible technische Arbeit:

Da es sich um einen reversiblen Vorgang handelt, in einem adiabaten System, wird $W_{diss} = 0$ und $Q = 0$. Für die Enthalpie kann man auch schreiben:

$$H_2 - H_1 = m c_{pm} \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1).$$



Isentrope Zustandsänderung

Eingesetzt und nach der Druckänderungsarbeit aufgelöst ergibt sich:



METHODE

$$W_t^{rev} = m c_{pm} \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1).$$

Es gilt

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_{pm} \Big|_{T_1}^{T_2}}{c_{vm} \Big|_{T_1}^{T_2}}$$



Isentrope Zustandsänderung

Aufgelöst nach c_{pm} und eingesetzt ergibt:

$$W_t^{rev} = m \kappa c_{vm} \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1).$$



METHODE

$$W_t^{rev} = \kappa W_V$$

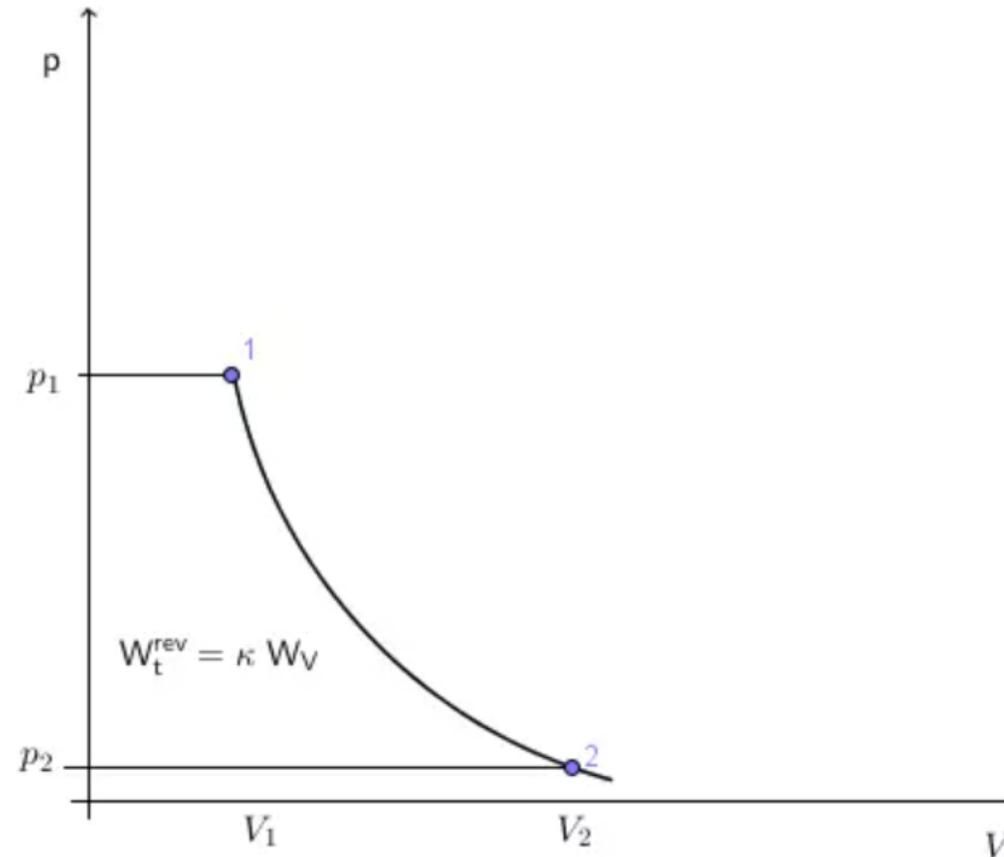


Isentrope Zustandsänderung

Es können nun die Gleichungen im obigen Abschnitt **Volumenänderungsarbeit** verwendet werden um die Druckänderungsarbeit zu bestimmen. Dazu müssen diese aber zusätzlich mit dem Isotropenexponenten κ multipliziert werden.



Isentrope Zustandsänderung





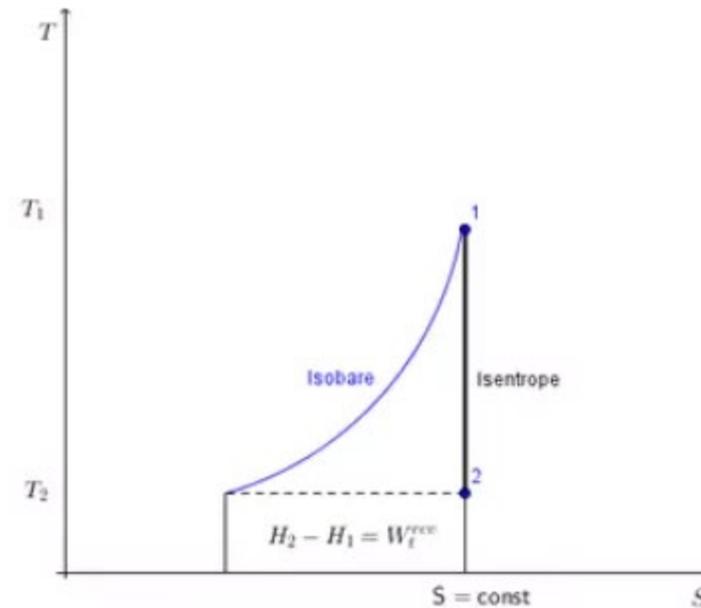
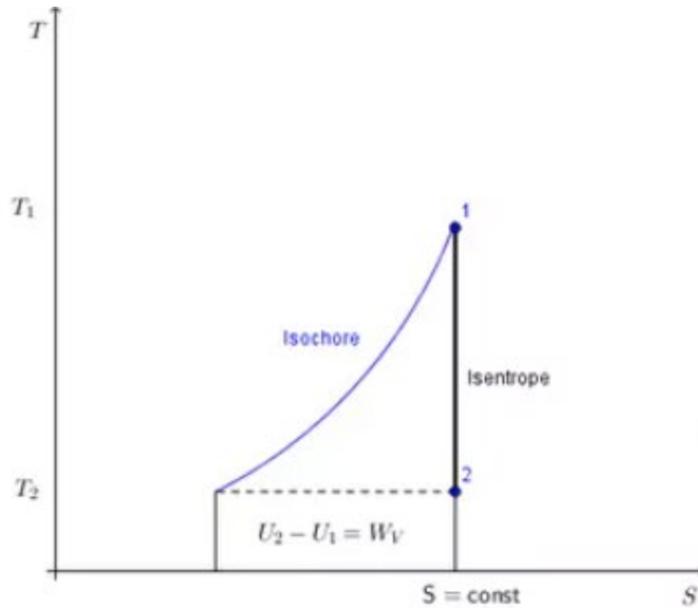
Isentrope Zustandsänderung

Die Änderung der Entropie S ist gleich Null:

$$S_2 - S_1 = 0.$$



Isentrope Zustandsänderung





Isentrope Zustandsänderung

- Man sieht ganz deutlich, dass mittels der Isochoren und der Isobaren die Änderung der inneren Energie und die Änderung der Entropie in dem T,S-Diagramm dargestellt werden können.
- Da bei der isentropen Zustandsänderung von einem reversiblen Prozess in einem adiabaten System ausgegangen wird, sind Wärme Q und Dissipationsarbeit W_{diss} gleich Null.
- Das bedeutet für die Änderung der inneren Energie in einem geschlossenen System:

$$U_2 - U_1 = Q + W_V + W_{diss} \rightarrow U_2 - U_1 = W_V$$



Isentrope Zustandsänderung

Die Fläche unter der gestrichelten Linie ist nicht nur die Änderung der inneren Energie sondern auch gleichzeitig die Volumenänderungsarbeit, welche bereits im p,V-Diagramm dargestellt wurde.

Für die Änderung der Enthalpie H bedeutet eine isentrope Zustandsänderung mit $Q = W_{diss} = 0$ für das offene System:

$$H_2 - H_1 = Q + W_t^{rev} + W_{diss} \rightarrow H_2 - H_1 = W_t^{rev}.$$



Isentrope Zustandsänderung

Die Fläche unter der gestrichelten Linie ist nicht nur die Änderung der Enthalpie sondern auch gleichzeitig die Druckänderungsarbeit, welche bereits im p,V -Diagramm dargestellt wurde.



Polytrope Zustandsänderung

Handelt es sich um eine *polytrope Zustandsänderung* so ist damit gemeint, dass das Produkt pV^n konstant bleibt:

$$pV^n = \text{const.}$$

Der Exponent n wird **Polytropyexponent** genannt.



Polytrophe Zustandsänderung

| Exponent n | Thermische Zustandsgleichung | Zustandsänderung |
|--------------------------------|---------------------------------|------------------|
| $n = 0$ | $pV^0 = \text{const}$ | Isobar |
| $n = 1$ | $pV^1 = \text{const}$ | Isotherm |
| $n \rightarrow \infty$ | $pV^\infty = \text{const}$ | Isochor |
| $n = \kappa = \frac{c_p}{c_v}$ | $pV^\kappa = \text{const}$ | Isentrop |

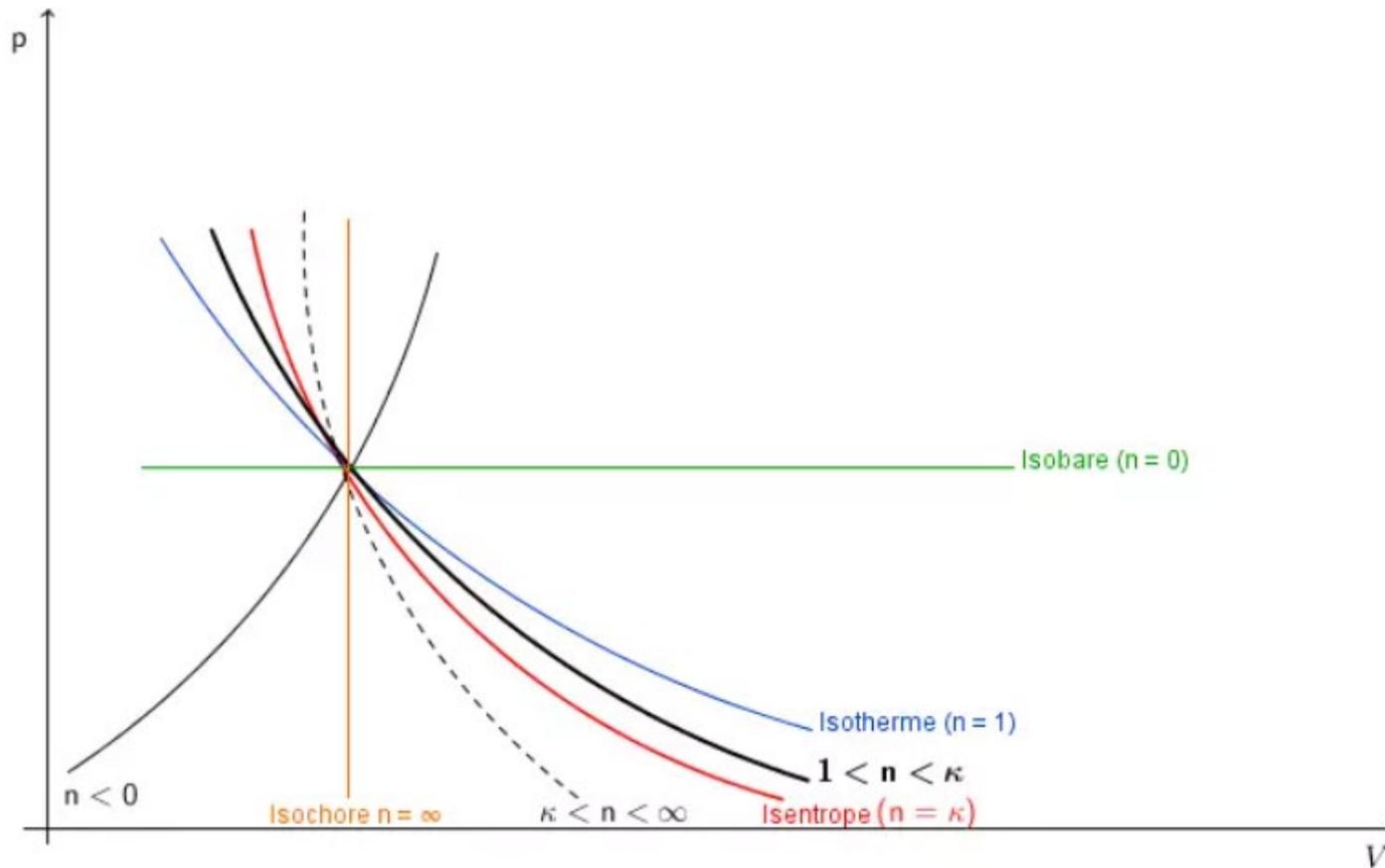


Polytrophe Zustandsänderung

- Die Polytropen können im p,V-Diagramm dargestellt werden.
- Es werden noch drei weitere Polytrope neben den bereits besprochenen betrachtet.
 - Und zwar die Polytrope zwischen der Isothermen und der Isentropen mit $1 < n < \kappa$,
 - die Polytrope zwischen der Isochoren und der Isentropen mit $\kappa < n < \infty$ und
 - die Polytrope mit $n < 0$.



Polytrophe Zustandsänderung





Polytrophe Zustandsänderung

- Von besonderem Interesse ist der Bereich zwischen der Isentropen und der Isothermen, also die Polytrope mit dem Polytropenexponenten $1 < n < \kappa$.
- Die isotherme Zustandsänderung stellt einen Grenzfall dar.
 - Dieser tritt nur ein, wenn die gesamte zugeführte bzw. abgegebene Arbeit in Form von Wärme abgegeben bzw. zugeführt wird.
 - Geschieht nur bei sehr langsam ablaufenden Prozessen.



Polytrophe Zustandsänderung

- Die isentrope Zustandsänderung tritt nur dann ein, wenn es sich um einen reversiblen Prozess in einem adiabaten System handelt.
 - Geschieht nur bei sehr schnell laufenden Prozesses.
 - Nur annähernd möglich.
 - Deswegen konvergiert die Polytrope mit dem Exponenten $1 < n < \kappa$ mit der Isentropen stärker, je schneller ein Prozess abläuft.



Polytrope Zustandsänderung

- Thermische Zustandsgleichung:

Die thermische Zustandsgleichung gilt für alle **idealen Gase** und ist allgemein gegeben mit

$$pV = m R_i T \quad \text{bzw.} \quad pV = n R T.$$

Da das Produkt aus pV^n konstant ist, gilt:

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n.$$



Polytrope Zustandsänderung

Der folgende Zusammenhang wurde aus dem vorherigen Abschnitt *Isentrope Zustandsänderung* übernommen und $\kappa = n$ gesetzt:



METHODE

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-n}{n}}.$$



Polytrope Zustandsänderung

Der Polytropenexponent lässt sich ermitteln, wenn der Anfangs- und Endzustand gegeben sind mit:



METHODE

$$n = \frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{p_2}{p_1} - \ln \frac{T_2}{T_1}} = \frac{\ln \frac{p_2}{p_1}}{\ln \frac{V_1}{V_2}}.$$



Polytrophe Zustandsänderung

- Volumenänderungsarbeit:

Die Volumenänderungsarbeit für ein geschlossenes System ist mit $pV^n = \text{const}$ durch die folgenden Gleichungen bestimmbar (die Gleichungen wurden aus dem vorherigen Abschnitt entnommen und $\kappa = n$ gesetzt)



Polytrophe Zustandsänderung

- Volumenänderungsarbeit:



METHODE

$$W_V = \frac{p_1 V_1}{n-1} \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} - 1 \right].$$



Polytrophe Zustandsänderung

Mit obigem Zusammenhang $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n-1}$ ergibt sich:



METHODE

$$W_V = \frac{p_1 V_1}{n-1} \left[\frac{T_2}{T_1} - 1 \right].$$



Polytrophe Zustandsänderung

Mit dem Zusammenhang $\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$ ergibt sich:



METHODE

$$W_V = \frac{p_1 V_1}{n-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right].$$



Polytrophe Zustandsänderung

Durch Einsetzen von der thermischen Zustandsgleichung $p_1 V_1 = m R_i T_1$ ergibt sich:



METHODE

$$W_V = \frac{m R_i}{n-1} (T_2 - T_1).$$



Polytrope Zustandsänderung

Ersetzen von $R_i = c_{vm} \Big|_{T_1}^{T_2} (\kappa - 1)$ ergibt:



METHODE

$$W_V = m c_{vm} \Big|_{T_1}^{T_2} \frac{\kappa - 1}{n - 1} (T_2 - T_1).$$

Alle 5 Gleichungen sind relevant zur Berechnung der Volumenänderungsarbeit in Abhängigkeit davon, welche Zustandsgrößen gegeben sind.



Polytrope Zustandsänderung

- Reversible technische Arbeit:

Die reversible technische Arbeit ergibt sich für die polytrope Zustandsänderung mit



METHODE

$$W_t^{rev} = n \cdot W_V.$$

Die Druckänderungsarbeit lässt sich -wie in den vorherigen Kapiteln bereits gezeigt- im p,V-Diagramm darstellen und stellt die Fläche neben den Polytropen zur p-Achse dar.



Polytrophe Zustandsänderung

Die Wärme berechnet sich bei der polytropen Zustandsänderung aus

$$U_2 - U_1 = Q + W_V + W_{diss}.$$

Aufgelöst nach Q ergibt sich:

$$Q = U_2 - U_1 - W_V - W_{diss}.$$



Polytrope Zustandsänderung

Es wird für die Volumenänderungsarbeit W_V die letzte Gleichung

$$W_V = m c_{vm} \left|_{T_1}^{T_2} \frac{\kappa-1}{n-1} (T_2 - T_1) \right. \text{ eingesetzt:}$$

$$Q = U_2 - U_1 - m c_{vm} \left|_{T_1}^{T_2} \frac{\kappa-1}{n-1} (T_2 - T_1) - W_{diss}.$$



Polytrope Zustandsänderung

Für die Änderung der inneren Energie wird die Gleichung

$$U_2 - U_1 = m c_{vm} \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1) \text{ eingesetzt:}$$

$$Q = m c_{vm} \Big|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1) - m c_{vm} \Big|_{T_1}^{T_2} \frac{\kappa-1}{n-1} (T_2 - T_1) - W_{diss}.$$



Polytrope Zustandsänderung

Es ergibt sich nach Zusammenfassung der Terme:

$$Q = m c_{vm} \left|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1) \left(1 - \frac{\kappa-1}{n-1}\right) - W_{diss}.$$

Zusammenfassung von $\left(1 - \frac{\kappa-1}{n-1}\right)$ zu $\frac{n-\kappa}{n-1}$ ergibt:

$$Q = m c_{vm} \left|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1) \frac{n-\kappa}{n-1} - W_{diss}.$$



Polytrophe Zustandsänderung

Für einen irreversiblen Prozess ergibt sich damit für die Wärme:



METHODE

$$Q = m c_{vm} \left|_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1) \frac{n-\kappa}{n-1} - W_{diss}.$$



Polytrope Zustandsänderung

Für einen reversiblen Prozess mit $W_{diss} = 0$ ergibt sich:



METHODE

$$Q = m c_{vm} \int_{T_1}^{T_2} (T_2 - T_1)^{\frac{n-\kappa}{n-1}}.$$



Polytrophe Zustandsänderung

Ersetzen von $c_{vm} \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{R_i}{\kappa-1}$ ergibt:



METHODE

$$Q = m \frac{R_i}{\kappa-1} (T_2 - T_1) \frac{n-\kappa}{n-1}.$$



Polytrophe Zustandsänderung

- Entropie:

Die Entropieänderung kann aus folgenden Gleichungen bestimmt werden:



METHODE

$$S_2 - S_1 = m c_{vm} \left| \frac{T_2}{T_1} \right|^{\frac{n-\kappa}{n-1}} \ln \frac{T_2}{T_1}$$



Polytrope Zustandsänderung

- Entropie:



METHODE

$$S_2 - S_1 = m c_{pm} \Big|_{T_1}^{T_2} \ln \frac{T_2}{T_1} - m R_i \ln \frac{p_2}{p_1}$$

$$S_2 - S_1 = m c_{vm} \Big|_{T_1}^{T_2} \ln \frac{T_2}{T_1} + m R_i \ln \frac{V_2}{V_1}.$$



Polytrope Zustandsänderung

Die Entropie lässt sich in einem T,S-Diagramm darstellen. Die Entropie kann auch geschrieben werden als

$$\int T dS = Q + W_{diss}.$$

Dabei ist allgemein gesehen die Fläche unter der Kurve (Polytrope) zur S -Achse die Summe aus Wärme Q und Dissipationsarbeit W_{diss} .

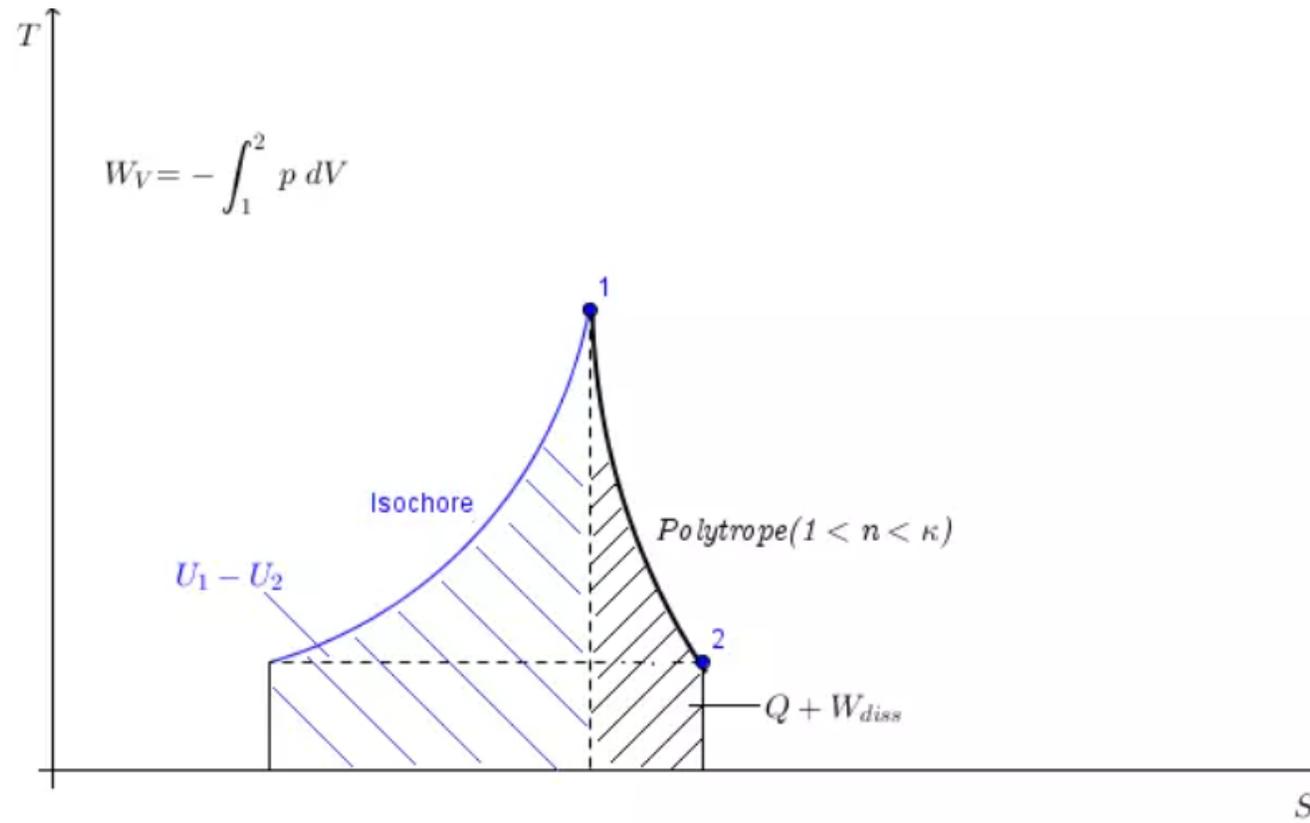


Polytrope Zustandsänderung

- In dem Falle der polytropen Zustandsänderung (wobei die Polytrope mit dem Exponenten $1 < n < \kappa$ betrachtet wird) kann mittels der **Isochoren** zusätzlich die Änderung der inneren Energie $U_1 - U_2$ dargestellt werden
 - Diese entspricht der Fläche unter der Isochoren (siehe auch Abschnitt isochore Zustandsänderung).
 - Die gesamte Fläche (Fläche unter der Polytropen + Fläche unter der Isochoren) entspricht der Volumenänderungsarbeit W_V .



Polytrope Zustandsänderung



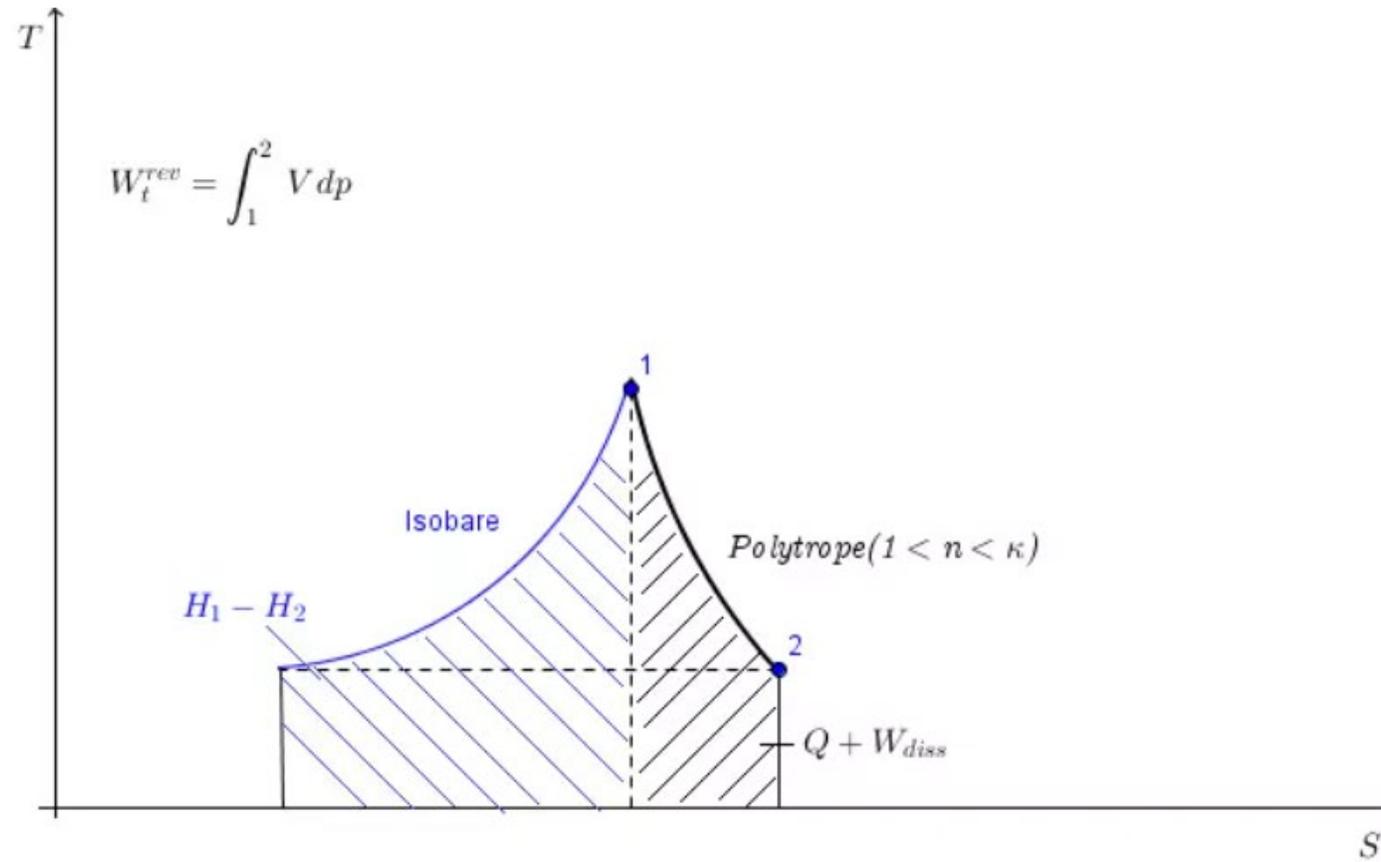


Polytrophe Zustandsänderung

- Nimmt man statt der Isochoren die **Isobare** hinzu, so kann zusätzlich die Änderung der Enthalpie $H_1 - H_2$ dargestellt werden.
 - Diese entspricht der Fläche unter der Isobaren (siehe auch Abschnitt isobare Zustandsänderung).
 - Die gesamte Fläche (Fläche unter der Isobaren + Fläche unter der Polytropen) entspricht der technischen reversiblen Arbeit (Druckänderungsarbeit) W_{rev}^t .



Polytrope Zustandsänderung





hx-Diagramm

- auch bekannt als
 - Enthalpie(h)-Wasserbeladungsdiagramm(x) oder
 - **Mollier-Diagramm**
- zeigt die Abhängigkeit der verschiedenen Zustandsgrößen (Temperatur, Feuchtigkeit, Dichte, Enthalpie) bei **konstantem Druck** zueinander graphisch auf
- Beim Eintreten von Veränderungen, wie Erwärmung oder Befeuchtung der Luft, können die neuen **Zustandsgrößen** direkt **aus** dem hx-Diagramm abgelesen werden.



hx-Diagramm

- **Skala für Temperatur und absolute Feuchtigkeit:**
 - Die Hauptachsen des hx-Diagramms zeigen die **Temperatur** (y-Achse) und die **absolute Feuchtigkeit** (x-Achse)
 - Absolute Feuchtigkeit in Gramm Wasser pro Kilogramm Luft, also Einheit $\frac{g}{kg}$
 - Für die Temperatur gibt es zusätzliche Hilfslinien, die **Isothermen**



hx-Diagramm

- **Skala für Temperatur und absolute Feuchtigkeit:**
 - Senkrecht zu den Isothermen verlaufen Zustände **konstanter absoluter Feuchtigkeit**
 - Es werden also Bereiche aufgetragen, in denen die Luft weder be- noch entfeuchtet wird



hx-Diagramm

- **Partialdruck:**
 - Es gibt eine zusätzliche x-Achse im Diagramm, die es ermöglicht, den **Partialdruck** des gesiedeten Wassers statt des Wassergehalts abzulesen
 - Der Partialdruck beschreibt den Teildruck, der zusätzlich in der Luft entsteht, wenn Wasser in die Gasphase wechselt
 - **Partialdruck** des Wassers in der Luft ist **proportional** zum **Wassergehalt** in der Luft, daher lässt sich dieser durch einfaches Verbinden der korrespondierenden Stellen ermitteln



hx-Diagramm

- **Sättigungslinie:**
 - Weiterhin kann die Luft bei einer gegebenen Temperatur immer nur **so viel Wasser** aufnehmen, bis der **Gesamtdruck** aus den Partialdrücken von gesiedetem Wasser und der trockenen Luft dem Dampfdruck des Wassers bei dieser Temperatur entspricht
 - Dann ist für das Wasser ein Kräfte-Gleichgewicht zwischen Flüssig- und Gasphase erreicht



hx-Diagramm

- **Sättigungslinie:**
 - versucht man die Luftfeuchtigkeit über diesen Punkt zu erhöhen, geht man also im Diagramm entlang einer der horizontalen Hilfslinien, kommt es zur **Kondensation** des Wassers aus der Luft!
 - Dieser Zustand wird im hx-Diagramm durch die sogenannte Sättigungslinie (unten rechts) dargestellt, wobei alles über der Sättigungslinie **ungesättigte** Luft ist und alles unter dieser Linie **übersättigte** Luft ist und somit dann Kondensation aus der Luft stattfindet.
 - Die **Sättigungslinie** selbst entspricht also immer dem Zustand mit dem **maximalem Feuchtigkeitsgehalt** bei gegebener Temperatur.



hx-Diagramm

- **Sättigungslinie:**
 - Da die maximal mögliche Sättigung der Luft an Wasser mit zunehmender Temperatur zunimmt, steigt die Sättigungslinie im hx-Diagramm zu höheren Temperaturen hin an.
 - So kann also bspw. eine Kondensation aus der Luft umgekehrt auch durch eine Abkühlung (man läuft im Diagramm entlang einer der vertikalen Linien nach unten bis zur Sättigungslinie) bei gleichbleibendem absoluten Feuchtigkeitsgehalt bewirkt werden



hx-Diagramm

- **Taupunkt und Sättigungsdruck:**
 - Geht man von einem beliebigen Zustand aus nach rechts parallel zu einer der Isothermen, schneidet man irgendwann die Sättigungslinie, ab der dann Kondensation eintritt
 - Die Temperatur an diesem Schnittpunkt beschreibt dann den **Taupunkt**
 - Der **Sättigungsdruck** dagegen ist der Partialdruck des Wassers in der Luft, der herrscht, wenn die Kondensation bei einer gegebenen Temperatur eintritt. Man bestimmt ihn, indem man, wie zuvor, parallel zu einer der Isothermen nach rechts läuft bis man die Sättigungslinie schneidet
 - Von diesem Schnittpunkt aus folgt man anschließend einer geraden Linie nach oben, die dann die Partialdruckskala schneidet. Dieser erhaltene Schnittpunkt gibt dann den **Sättigungsdruck** an



hx-Diagramm

- **Relative Feuchtigkeit ϕ**

- Zusätzlich zur absoluten Feuchte kann die Feuchtigkeit auch noch relativ im hx-Diagramm erfasst werden.
- Diese sogenannte relative Feuchtigkeit ϕ entspricht dem Bruchteil, den die aktuelle Feuchtigkeit an der maximal möglichen Feuchtigkeit bei gegebener Temperatur ausmacht.
- Somit entspricht die relative Feuchtigkeit entlang der Sättigungslinie immer 100%. Zusätzlich sind in dem Diagramm meistens Kurven angegeben, entlang derer die relative Feuchtigkeit konstant Werte wie 50% bzw. 75% beträgt.
- Die relativen Feuchtigkeitswerte werden grundsätzlich am Ende der Kurve angegeben.



hx-Diagramm

- **Enthalpie im hx-Diagramm**

- Die Enthalpie ist immer davon abhängig, was man als zugehöriges System definiert. Hier ist die Enthalpie sowohl auf die **Luft** als auch auf den **Wasserdampf in der Luft** selbst bezogen
- Deswegen wird bei der Enthalpie im Diagramm auch oft der Index $(1+x)$ hinzugefügt, wobei die 1 sich auf die Enthalpie der trockenen Luft und x auf die Enthalpie des Wassers in der Luft bezieht.
- Die angegebene Enthalpie ist dabei normiert auf das Gewicht der trockenen Luft ohne das zugehörige Gewicht des Wassers.



hx-Diagramm

- **Enthalpie im hx-Diagramm**

- Dass beide Enthalpiebeiträge der Luft und des Wassers berücksichtigt werden, ist wichtig, da die Wärmekapazität von Wasser deutlich höher ist als die von trockener Luft
- Somit hat das verdampfte Wasser ebenfalls einen großen Anteil an Wärme gespeichert und damit auch einen großen Anteil an der Enthalpie des Gesamtgemischs



hx-Diagramm

- **Isenthalpe $h(1+x)$ -Kurven**

- Um das Ablesen von Enthalpieveränderungen im hx-Diagramm zu ermöglichen, sind isenthalpe Kurven eingezeichnet, entlang derer die Enthalpie konstant bleibt
- Die an diesen Kurven angegebenen Enthalpiewerte geben dabei immer die Differenz zum Wert bei 0 °C und 0 g/kg Feuchtigkeitsgehalt an, der als **Nullpunkt** gewählt wurde.
- Enthalpie hier also 0 kJ/kg



hx-Diagramm

- **Isenthalpe $h(1+x)$ -Kurven**

- Von diesem Punkt ausgehend kann dann die Enthalpie für jede Zusammensetzung und Temperatur berechnet werden
- Hierzu werden die Leistungsbeiträge für die jeweilige Erwärmung von Wasser und Luft einfach addiert, da die Enthalpie eine Zustandsfunktion ist
- Phasenübergänge müssen nicht berücksichtigt werden, da diese isenthalp ablaufen



hx-Diagramm

- **Isenthalpe $h(1+x)$ -Kurven**

- Hierbei kommt es nur zu einer Umwandlung von innerer Energie (U) der Luft zu Druck-Volumen Arbeit (pV -Anteil der Enthalpie), die das Wasser beim Phasenübergang verrichtet.
- Beide Beiträge sind aber Teil der Enthalpie und weisen unterschiedliche Vorzeichen auf und heben sich so auf.
- Es kommt lediglich zur Verschiebung von Energie, zuvor in der Luft als sensible Wärme gespeichert und nun als latente Wärme im verdampften Wasser gespeichert.
- Diese Verschiebung macht sich als Abkühlung der Luft bemerkbar. Dieser steigende Anteil an latenter Wärme ist in dem hx -Diagramm als leicht ansteigende Isothermen berücksichtigt.



hx-Diagramm

- **Isenthalpe $h(1+x)$ -Kurven**

- Durch diese ansteigenden Isothermen lassen sich die isenthalpen Kurven parallel zueinander darstellen, was das Ablesen von Enthalpieänderungen beim Übergang zwischen zwei Zuständen stark vereinfacht.
- Die isenthalpen Kurven verlaufen im hx-Diagramm **schräg von links oben nach rechts unten**
- Für die Berechnung der Enthalpieänderung muss man die Differenz zwischen den beiden Enthalpiewerten bilden, die am Ende der isenthalpen Kurven angegeben sind



hx-Diagramm

- **Dichte ρ**
 - mit steigender Temperatur dehnt sich das Luft-Wasser Gemisch somit verringert sich die Dichte
 - Außerdem ist der Wasserdampf leichter als Luft, somit sinkt mit steigendem Feuchtigkeitsgehalt der Luft die Dichte.
 - Beim Ablesen der Dichte aus diesem hx-Diagramm sollte beachtet werden, dass der Druck dem tatsächlich vorhandenen Druck entspricht, da die anderen Zustandsgrößen ebenfalls davon abhängen



hx-Diagramm

- **Dichte ρ**
 - Bereiche konstanter Dichte können anhand der gestrichelten, leicht geneigten Linien im hx-Diagramm abgelesen werden.
 - Zur Ermittlung der Dichte eines Zustands muss man vom gegebenen Zustand dieser Linie im hx-Diagramm zur y-Achse folgen, wo neben den Temperaturwerten auch die Dichtewerte angegeben sein können.
 - Der Schnittpunkt zwischen den beiden Linien gibt dann die Dichte an.



hx-Diagramm

- **Luftbefeuchtung**

- Trockene Luft kann durch Kontakt mit Wasser oder Zuführen von Wasserdampf befeuchtet werden.
- Dadurch ändert sich nicht nur die absolute Feuchtigkeit x_1 um den Betrag Δx , sondern auch die Enthalpie h_1 um den Betrag Δh .



hx-Diagramm

- **Luftbefeuchtung**

- Die neuen Zustände der befeuchteten Luft ergeben sich dann einfach durch die Addition der Änderungen und der ursprünglichen Zustandswerte:

$$h_2 = h_1 + \Delta h$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x$$



hx-Diagramm

