Maschinenelemente 2A - Federn

Elastische Verbindungselemente - Federn

In diesem Kapitel werden wir zunächst einige Grundlagen klären, wie z.B.:

- Hinweise zur Federkennlinie
- unterschiedliche Bauformen von Federn
- Hinweise zur Beanspruchungsart
- Berechnungen und Dimensionierung / Auslegung von Federn

Technische Nutzung

- **Speicherung potentieller Energie**: Diese Federfunktion wird in Sicherheitsventilen genutzt. Sicherheitsventile öffnen sich erst, wenn ein zuvor festgelegter Druckgrenzwert überschritten wird.

- **Aufnahme und Speicherung kinetischer Energie**: Diese Eigenschaft von Federn wird besonders in Fahrzeugen in Kombination mit Energiewandlern genutzt, um Unebenheiten auf Straßen auszugleichen.

- **elastischer Kraftschluss zwischen Bauteilen**:

    - Es können Formänderungen aufgenommen werden. (Bimetallfeder)
    - Es können kraftgesteuerte Bewegungen erzeugt werden. (Sicherheitsventile)
    - Es können Kraftverformungszusammenhänge erzeugt werden. (Federwaagen)

Technische Nutzung

Beeinflussung des dynamischen Verhaltens eines Systems:

- Ändert sich das dynamische Verhalten eines Systems (Maschine), so entstehen Stöße und Schwingungen, die eine Resonanz erzeugen.
  - ➢ Eine Resonanz ist nahezu immer unerwünscht, weshalb Federelemente verwendet werden, um diese zu dämpfen.
  - ➢ Auf diesem Weg können Resonanzen der Bauteile verhindert werden. Man spricht in diesem Zusammenhang von einem Resonanzfall.

Technische Nutzung

Grundsätzlich können Federn aber auch folgende weitere Aufgaben besitzen:

- mechanische Stöße dämpfen
- Toleranzen sowie Ausdehnungen infolge Wärme oder Verschleiß von Maschinenteilen ausgleichen sowie
- den Kontakt zwischen Funktionsteilen (z.B. Stromabnehmern) ermöglichen.

Unterscheidungskriterien für Federn

Neben der Gestaltung der Federn nach mechanischen Gesichtspunkten können Federn entsprechend ihrer äußeren Gestalt unterschieden werden.

Man unterscheidet beispielsweise:

- Schraubendruckfedern
- Schraubenzugfedern
- Tellerfedern
- Blattfedern
- Zugstäbe
- Torsionstäbe

Unterscheidungskriterien für Federn

Wir unterteilen Federn zusätzlich gemäß:

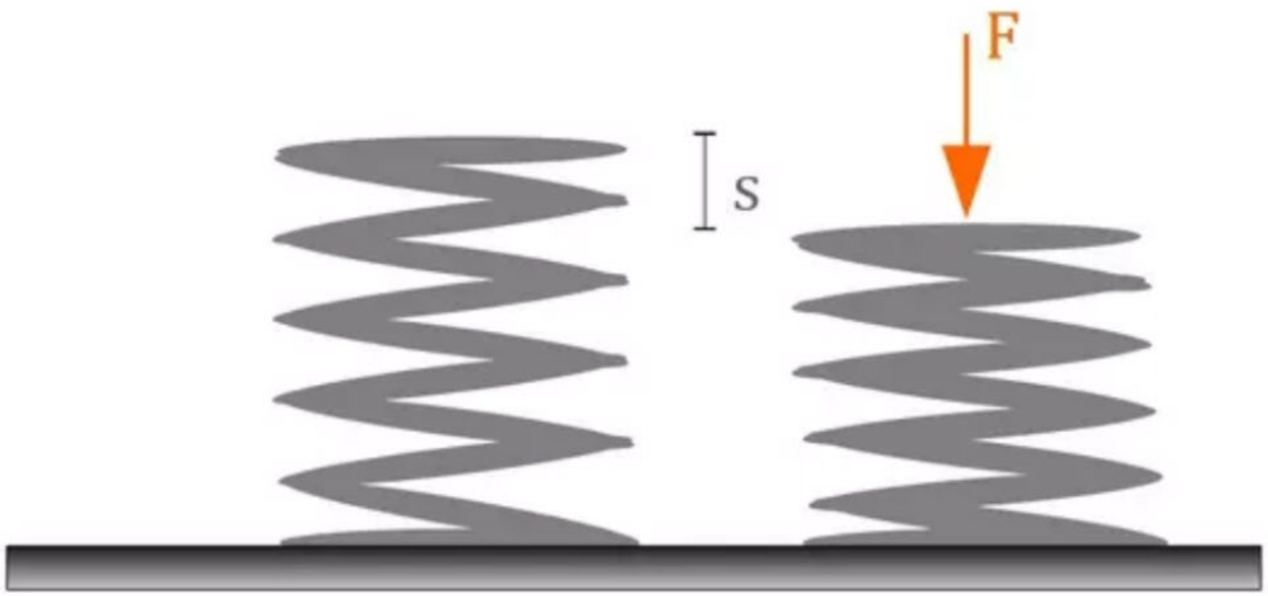
- **Werkstoff**: metallische Federn, nichtmetallische Federn, Gasfedern & Luftfedern (nicht näher behandelt)

- **Beanspruchungsart**: Zugfedern, Druckfedern, Torsionsfedern, Druckfedern

Unterteilung der Federn nach dem eingesetzten Metall

Metallische Federn	Nicht-met-allische Federn	Flüssigkeits-federn	Gasfedern
eine weitere Unterteilung der mechanischen Federn findet ihr in der nachfol-genden Tabelle	Gummifedern (Puffer, Hohlfedern)	Ölfedern (z.B. im Mountainbike)	hydraulische Stoßdämpfer (z.B. Kofferraumklap pe)
	Kunststoff-federn		Gasfedern beim Abklappen von Möbeltüren

Absenkung einer Feder bei Beaufschlagung mit einer Kraft



Absenkung einer Feder bei Beaufschlagung mit einer Kraft

Neben der **Krafteinwirkung** durch eine **Kraft** F, die eine **Absenkung** s bewirkt, kann ein angreifendes Drehmoment T zu einer Verdrehung φ führen. Diese Zusammenhänge lassen sich formal einfach ausdrücken durch folgende Abhängigkeiten:

METHODE

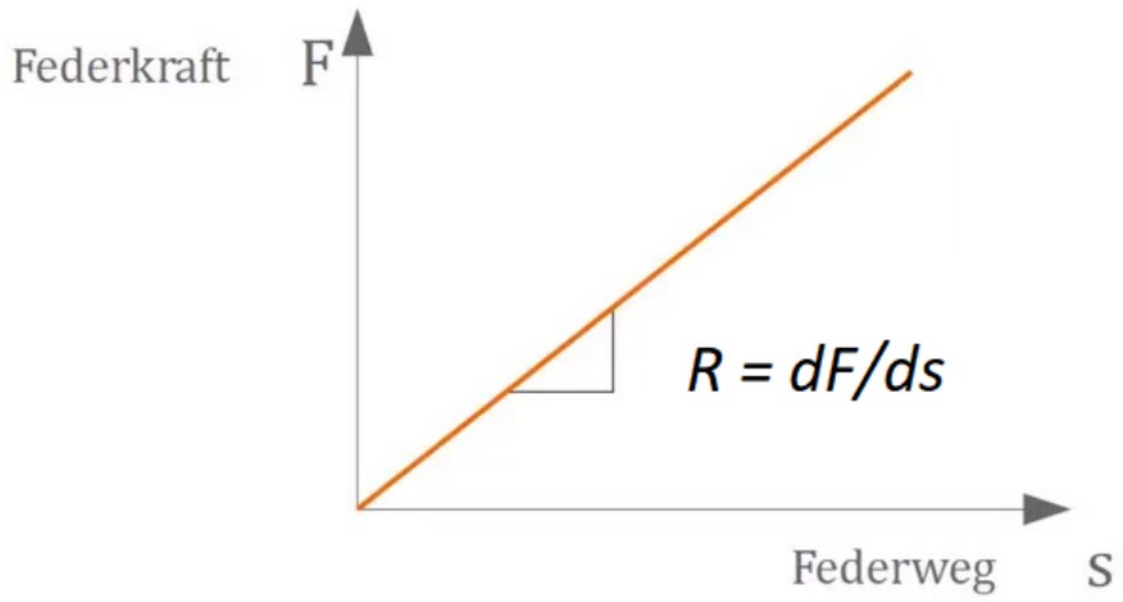
Absenkung der Feder: $s = f(F)$

Verdrehung einer Feder: $\varphi = f(T)$

Elastisches Verhalten von Federn

- Die Elastizität stellt die Kerneigenschaft von Federn dar.
- In Fahrzeugen wird vom Hersteller immer eine Beladungsgrenze angegeben.
- Wird diese Beladungsgrenze, beispielsweise durch das übermäßiges Beladen eines Kofferraums überschritten, so werden die Federn an den Achsen zu stark zusammengedrückt, sodass eine ausreichende Federung im Fahrbetrieb nicht mehr möglich ist.
- Das Verhältnis zwischen der Kraft F (bspw. Beladung eines Fahrzeugs) und des Federwegs s (in m) infolge des Zusammendrückens kann durch eine Federkennlinie dargestellt werden.

Elastisches Verhalten von Federn



Elastisches Verhalten von Federn

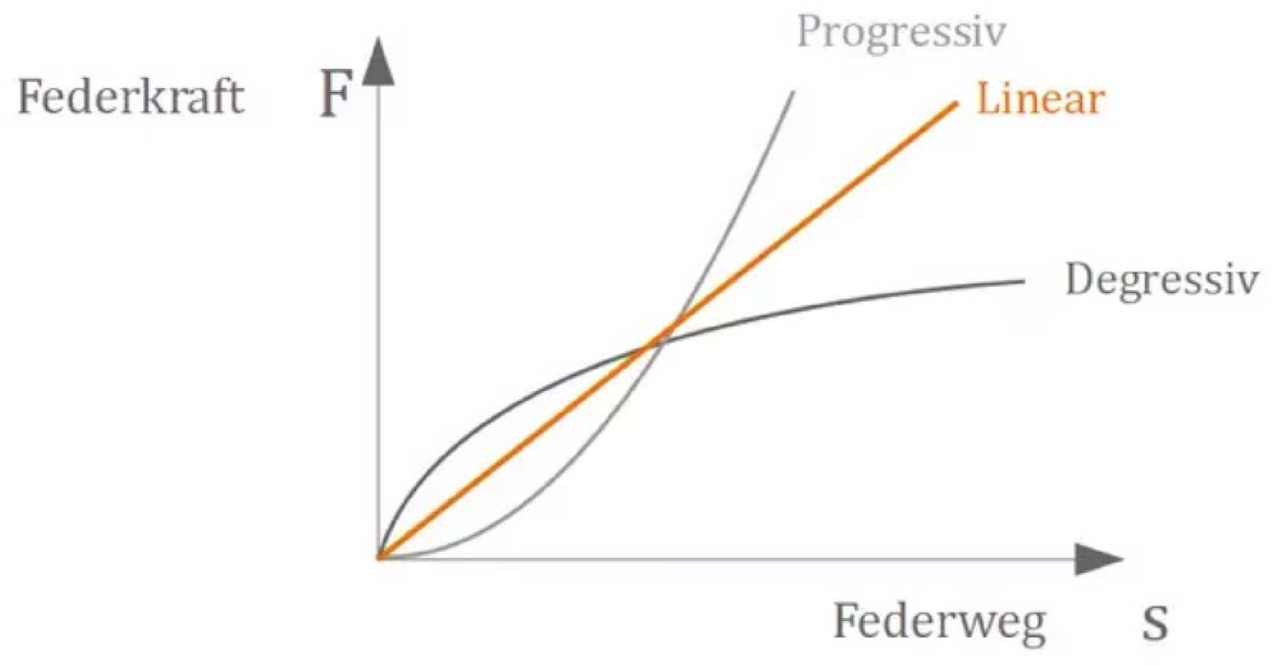
- Die Federkennlinie gibt die Abhängigkeit der Federkraft vom Federweg für eine Zug- oder Druckfeder bzw. des Federdrehmoments T (in Nm) vom Verdrehwinkel φ (in °) für eine Verdrehfeder wider.
- Die Steigung der Kennlinie stellt die Federsteifigkeit c bzw. die Federrate R (in $\frac{N}{m}$) dar.
- Mit der Federrate R wird die **Federkennlinie** in einem Federdiagramm bestimmt. Die Federrate ist somit ein wichtiger Wert bei der Auslegung einer passenden Feder.
- Bei linearer Federkennlinie ist Federrate konstant. Federn mit gekrümmter Federkennlinie (progressiv, degressiv) besitzen jedoch eine veränderliche Federrate.

Elastisches Verhalten von Federn

MERKE

Je steiler die Federkennlinie, desto härter die Feder.

Lineare, degressive und progressive Federkennlinie



Lineare, degressive und progressive Federkennlinie

- Grundsätzlich gilt bei **linearer Federkennlinie**:

METHODE

$$R = \frac{F}{s} \text{ bzw. } R_\varphi = \frac{T}{\varphi}$$

Lineare, degressive und progressive Federkennlinie

- Eine **degressive** Federkennlinie besagt über die Feder, dass sie zuerst hart ist und **mit** steigender **Krafteinwirkung zunehmend weicher** wird.

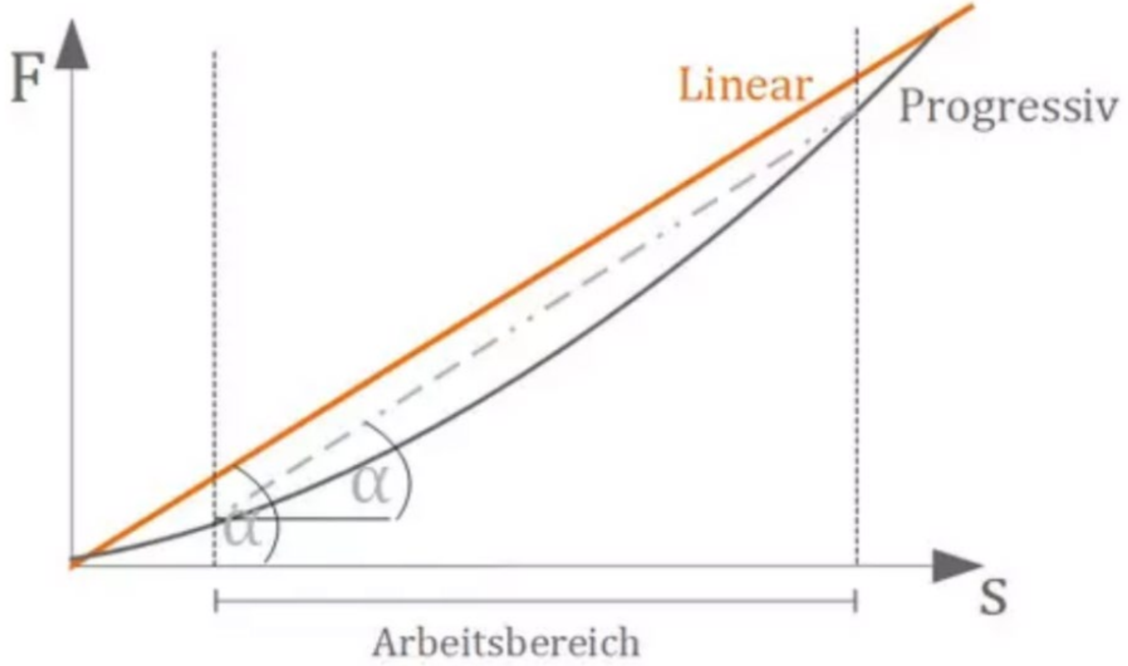
- Eine **progressive** Federkennlinie besagt über die Feder, dass sie unter geringer Krafteinwirkung weich ist und **mit** einem **Kraftanstieg zunehmend härter** wird.

METHODE

$$R = \frac{\Delta F}{\Delta s} \text{ bzw. } R_\varphi = \frac{\Delta T}{\Delta \varphi}$$

Arbeitsbereich

- Die Auslegung einer Feder für ein Maschinenbauteil beinhaltet im Vorfeld die Festlegung eines **Arbeitsbereichs**.



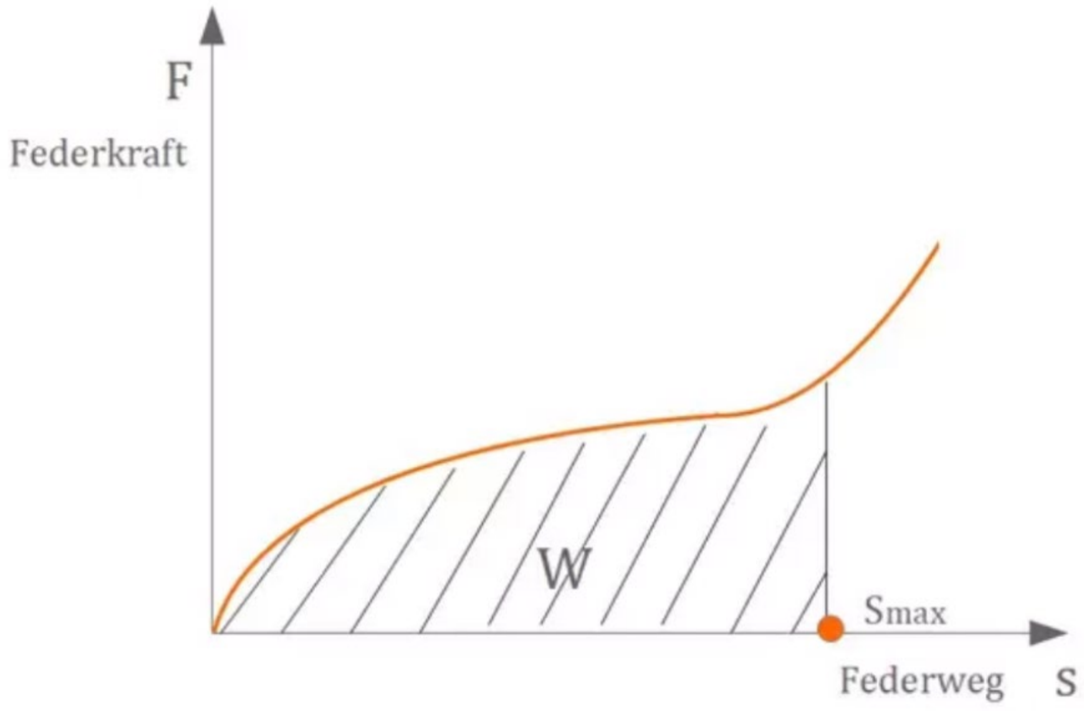
Arbeitsbereich

- Dabei wird die progressive Kennlinie abschnittsweise linearisiert. Hieraus ergibt sich der Winkel α, welcher die Federsteifigkeit ausdrückt.

Arbeitsvermögen

- Der Arbeitsbereich der Feder wird begrenzt durch den Punkt s_{max}.
- Die Fläche unterhalb der Federkennlinie umfasst den gesamten Arbeitsbereich bzw. die gesamte Arbeit W.

Arbeitsvermögen



Arbeitsvermögen

METHODE

Arbeit Zug- und Druckfeder: $W = \int_0^{s_{max}} F ds$

Arbeit Drehfeder: $W = \int_0^{\varphi_{max}} T d\varphi$

$$W = \frac{1}{2} \cdot F \cdot s_{max}$$

Arbeitsvermögen

Unter Berücksichtigung, dass $F = R \cdot s$ ist, wird die vorherige Gleichung zu:

METHODE

$$W = \frac{1}{2} \cdot R \cdot s_{max}^2$$

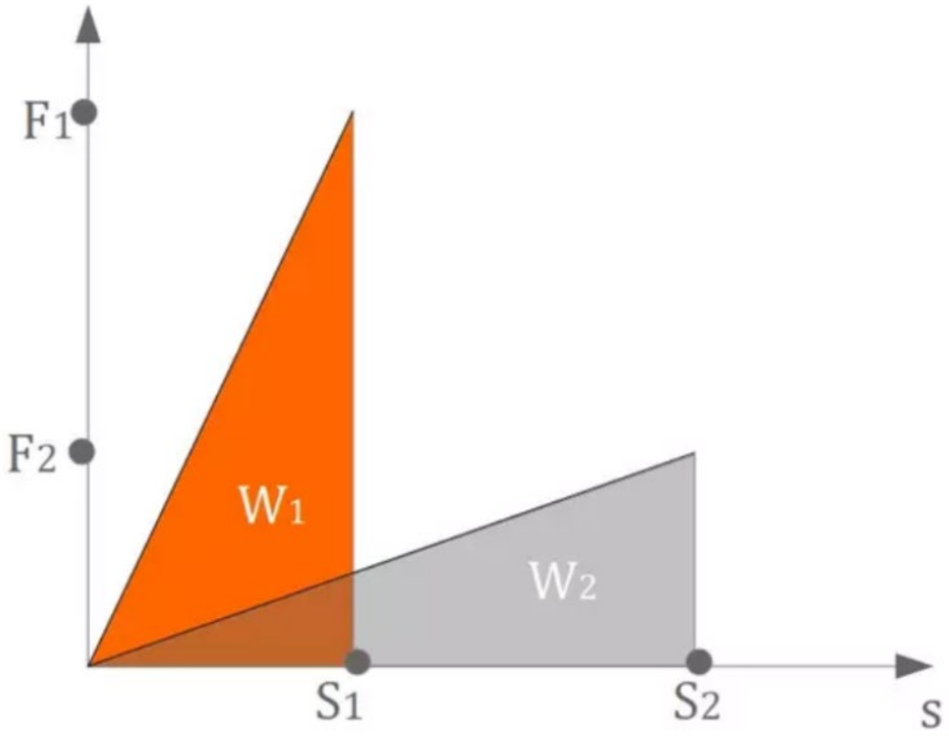
Arbeitsvermögen

Nun schauen wir einmal, welche Arbeit von welcher Feder geleistet werden kann.

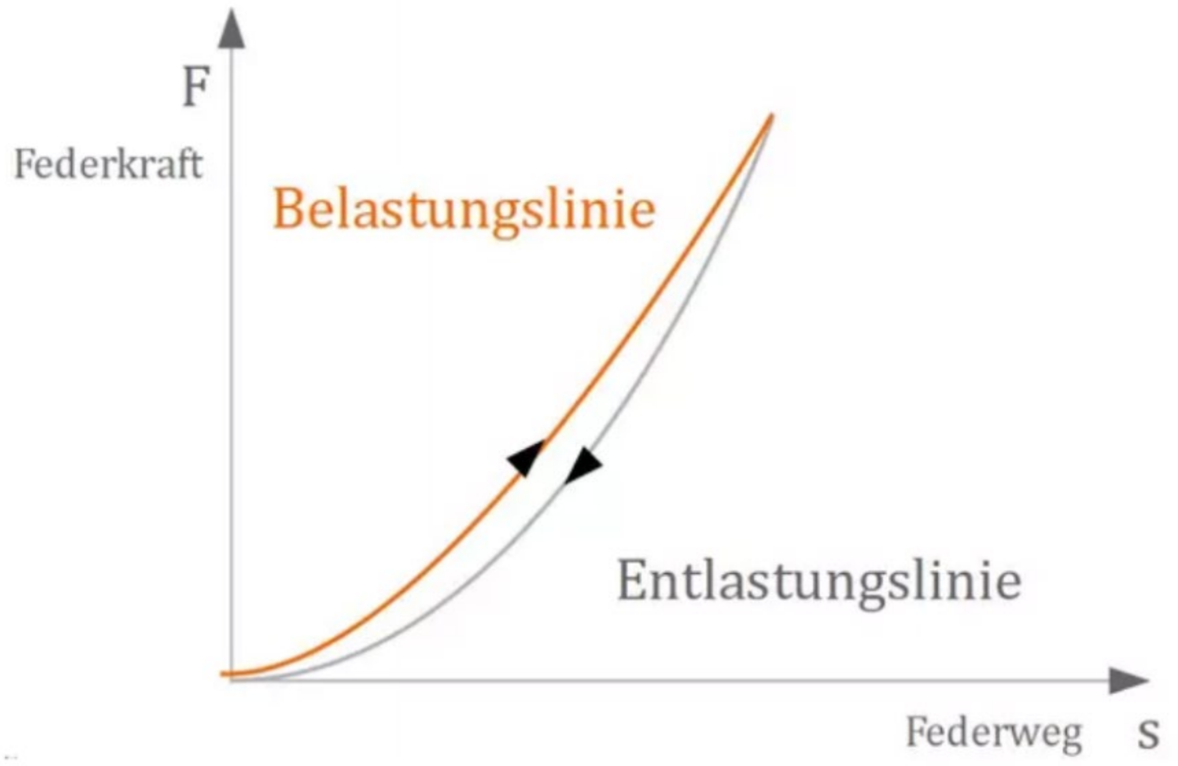
Es soll eine Arbeit auf zwei Federn verteilt werden. Dabei gilt:

$$W_1 = W_2$$

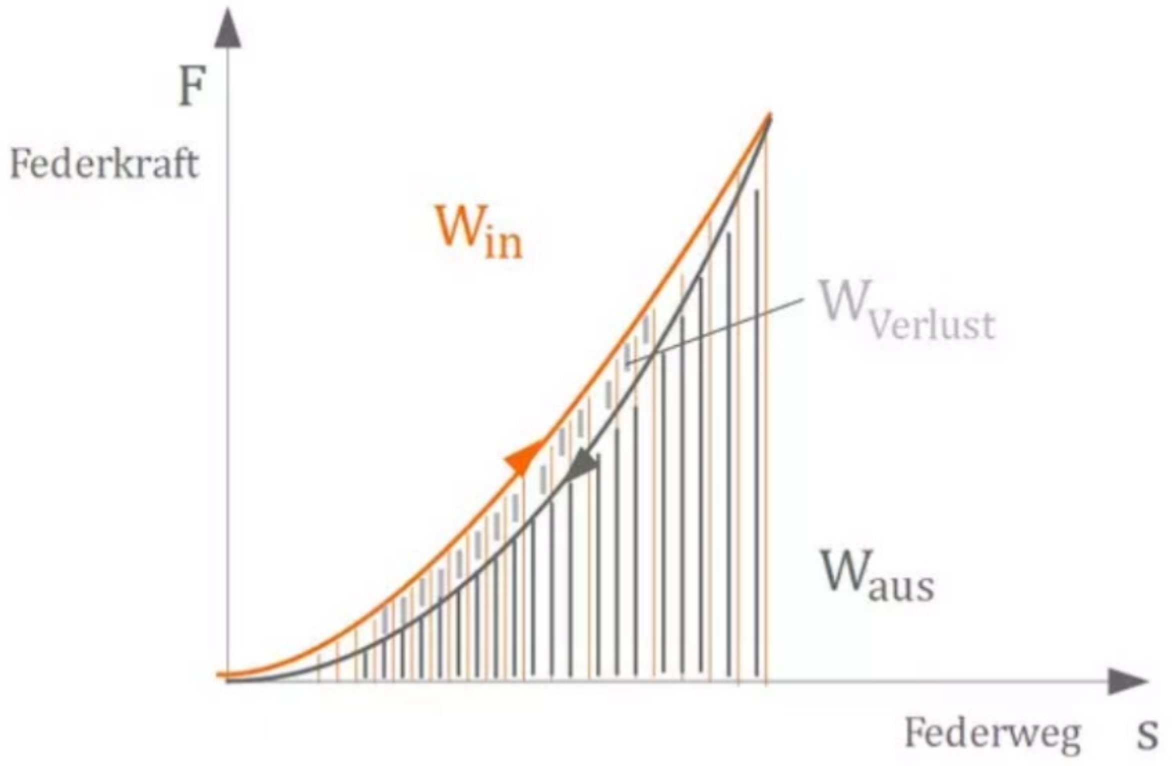
Arbeitsvermögen von W_1 und W_2



Belastungs- und Entlastungslinie (verlustbehaftet)



Belastungs- und Entlastungslinie (verlustbehaftet)



Dämpfungsfaktor

METHODE

Dämpfungsfaktor: $\psi = \frac{W_{verlust}}{W_{raus}} \rightarrow \frac{\text{Verlustarbeit}}{\text{herausbekommene Arbeit}}$

oder

METHODE

Dämpfungsfaktor: $\psi = \frac{W_D}{W_{el}} \rightarrow \frac{\text{Dämpfungsarbeit}}{\text{elastische Arbeit}}$

Kombination mehrerer Federn

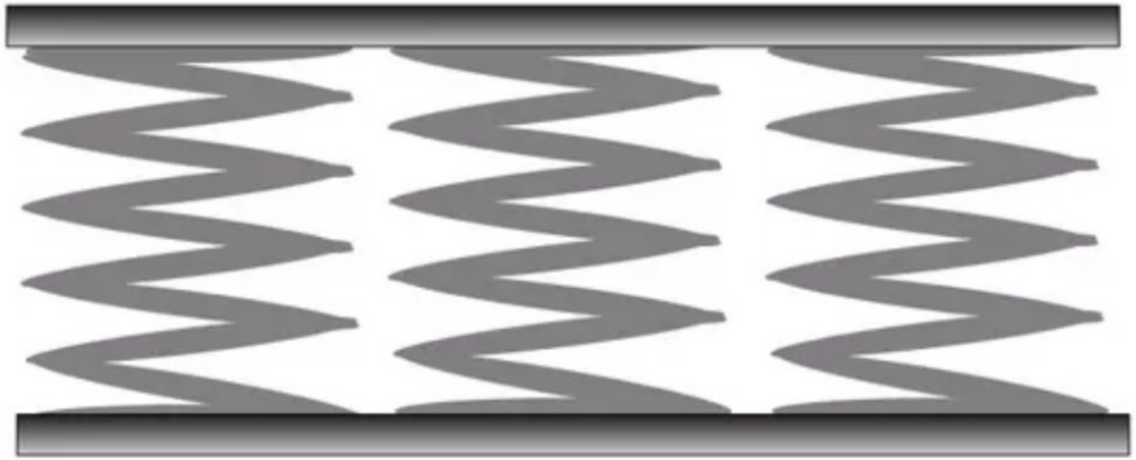
Die beiden gängigsten Federsysteme sind

- die **Reihenschaltung** und
- die **Parallelschaltung**

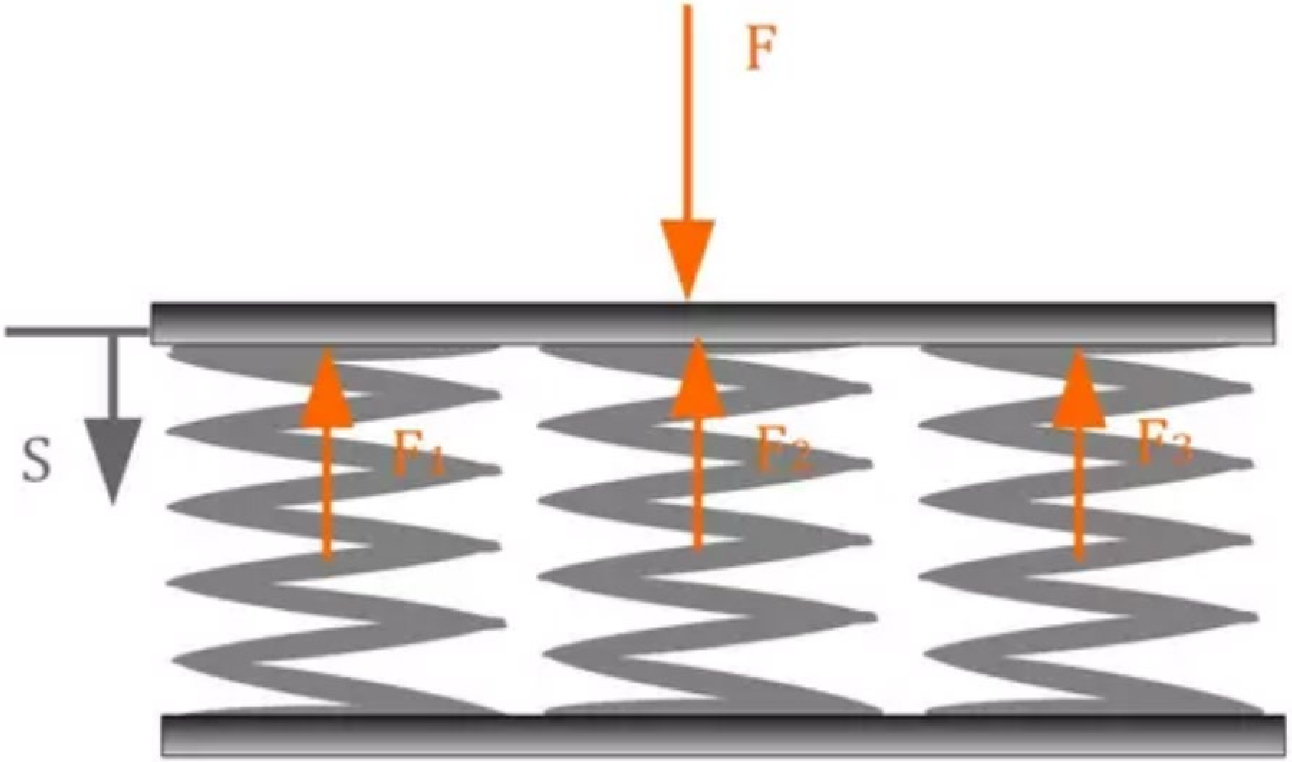
von Federn.

Für beide Schaltarten müssen wir die **Gesamtfedersteifigkeit** des Systems bestimmen.

Parallelschaltung



Parallelschaltung



Parallelschaltung

Bei der **Parallelschaltung** von Federn gilt:

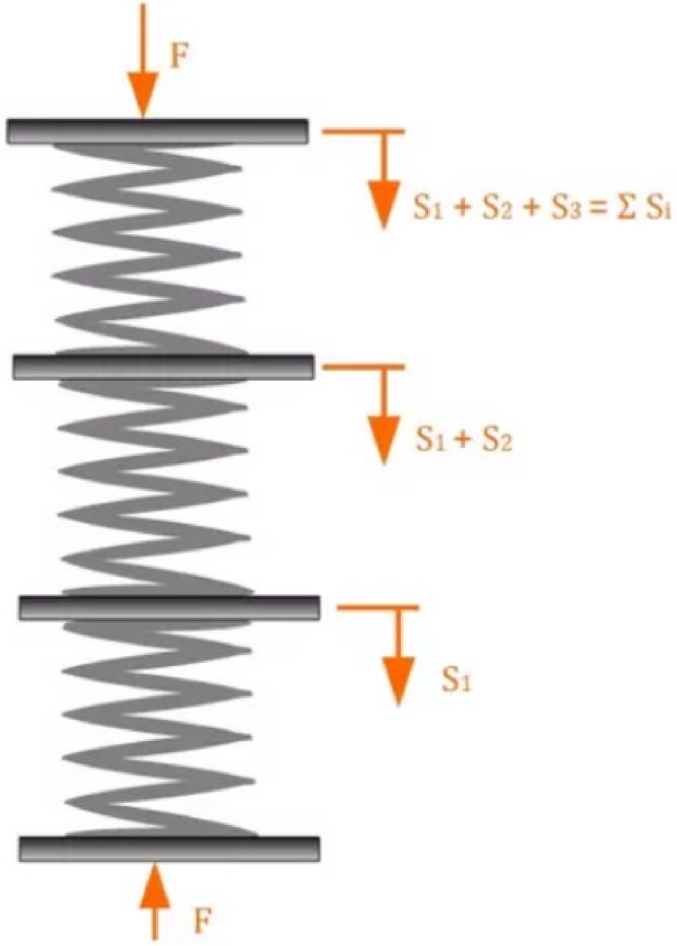
$F_{ges} = F_1 + F_2 + F_3 = \sum F_i$ und

$S = S_i$

METHODE

Gesamtfedersteifigkeit: $R_{ges} = \frac{F_{ges}}{s} = \sum R_i$

Reihenschaltung von Federn



Reihenschaltung von Federn

Anders als bei der Parallelschaltung gilt bei der Reihenschaltung von Federn:

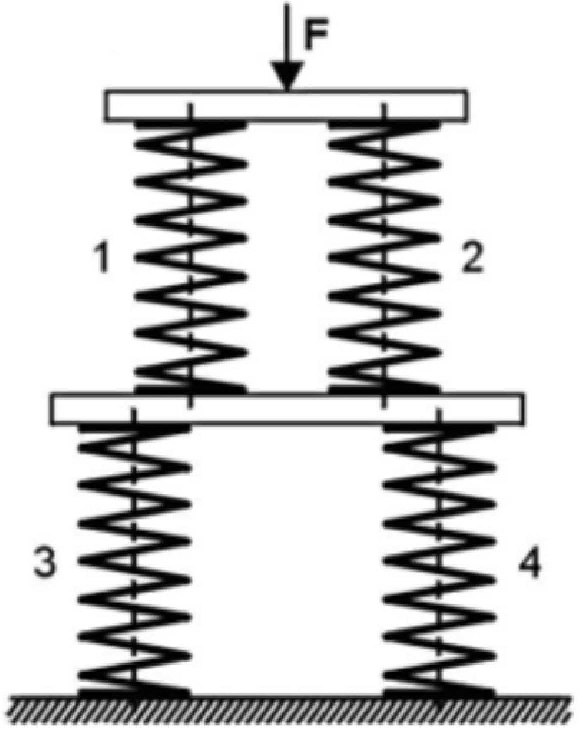
$F_{ges} = F_i$ und

$S_{ges} = S_1 + S_2 + S_3 = \sum S_i$

METHODE

Gesamtfedersteifigkeit: $\frac{1}{R_{ges}} = \sum \frac{1}{R_i}$

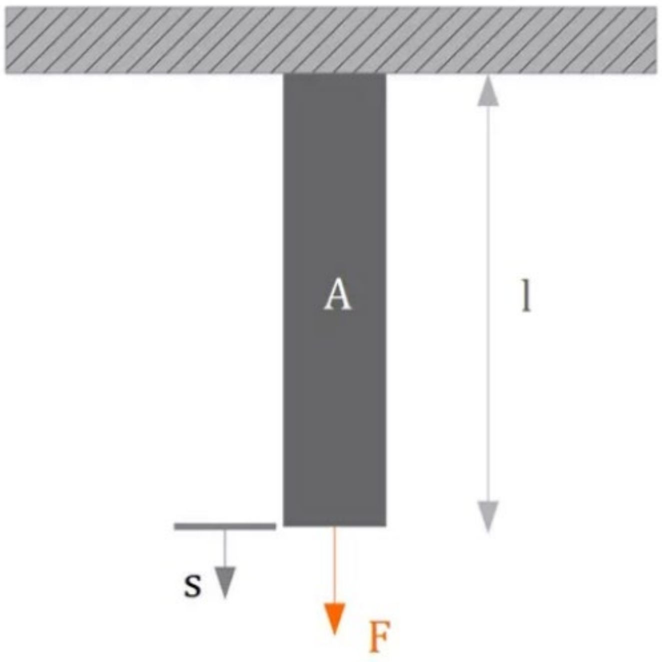
Mischschaltung



METHODE

$$R_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{(R_1+R_2)} + \frac{1}{R_3+R_4}}$$

Metallfedern



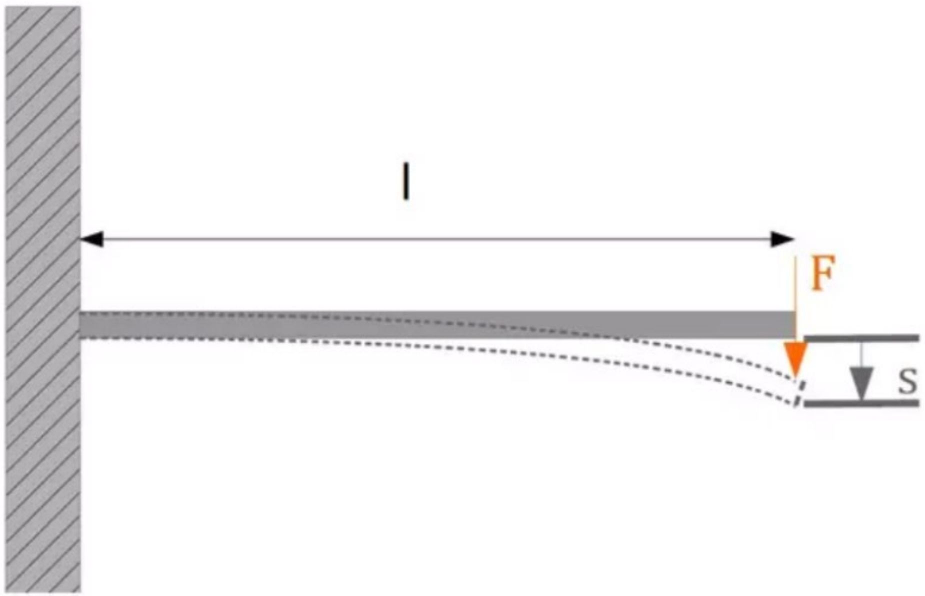
$R = \frac{F}{s}$ lässt sich im Falle des Stabes auch ausdrücken durch:

METHODE

Gesamtfedersteifigkeit: $R = \frac{\sigma \cdot A}{\epsilon \cdot l} = E \cdot \frac{A}{l}$

$F = \sigma \cdot A$ und $s = \epsilon \cdot l \rightarrow W = \frac{\sigma \cdot A \cdot \epsilon \cdot l}{2}$

Einfache Blattfedern



Einfache Blattfedern

METHODE

Federsteifigkeit Blattfeder: $C = R = \frac{F}{s}$

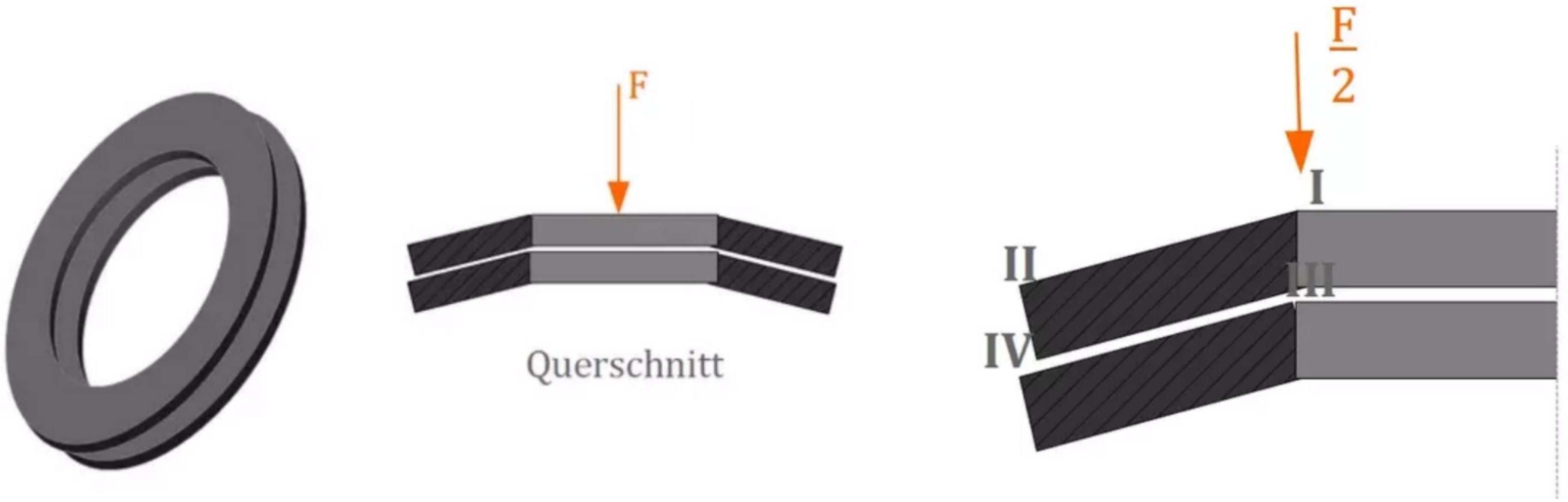
Tellerfedern

- Da gerade Tellerferdern bei höheren Belastungen zum Durchschlagen neigen, dürfen sie nicht zu stark belastet werden.
- Somit ist ihr Anwendungsbereich begrenzt. Ziel ist es daher, den Federweg s kleiner h zu begrenzen.
- Ein gängiger Wert für s ist:

METHODE

maximaler Federweg: $s = 0,75 \cdot h_0$

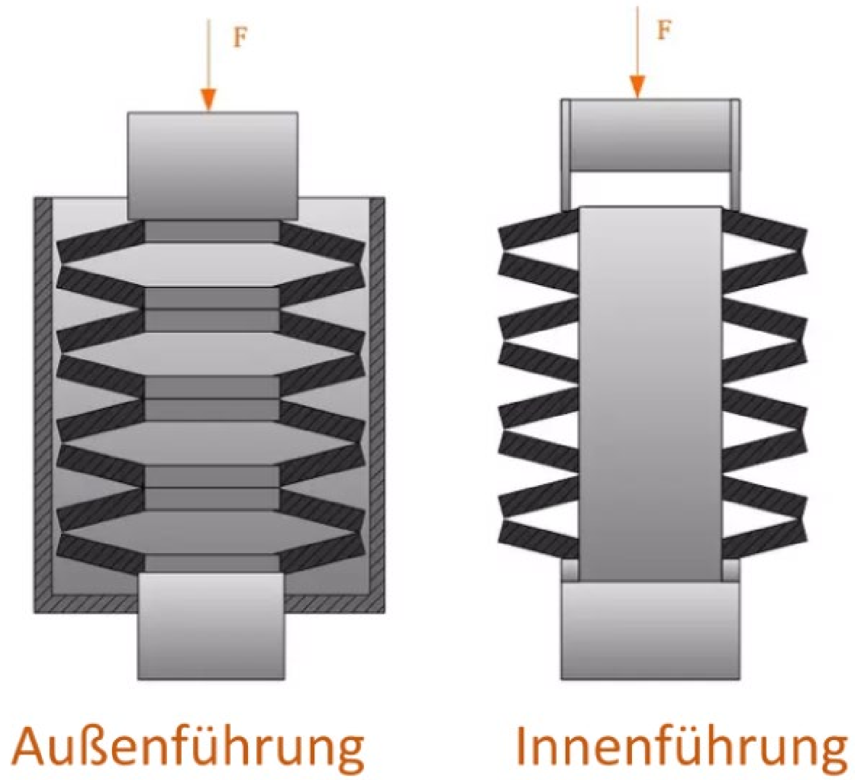
Tellerfedern



Tellerfedern

- Die Bereiche **I - IV** erfahren durch die Kraft F eine Beanspruchung.
- So treten in den Bereichen **I** und **II** Druckspannungen auf, in den Bereichen **III** und **IV** hingegen Zugspannungen.
- Die Stelle mit der maximalen Beanspruchung ist der Bereich **III**, weshalb auch hier als erstes mit einem Bauteilversagen infolge einer Überbelastung zu rechnen ist.
- Genaue Angaben lassen sich in den Tabellenwerken der Federhersteller finden.

Tellerfedern mit Außen- und Innenführung



Drehstabfedern - Berechnungen

Für die Berechnung der Festigkeit von Drehstabfedern sind in erster Linie zwei Größen relevant.

1. die Länge l des Stabes
2. der Verdrehwinkel φ infolge der Torsionsbeanspruchung T

Der **Verdrehwinkel** φ errechnet sich durch:

METHODE

Verdrehwinkel: $\varphi = \frac{l}{G \cdot I_T} \cdot T$

- l = Länge des Stabes
- G = Zugmodul
- I_T = polares Trägheitsmoment,
- T = eingeleitetes Torsionsmoment

Drehstabfedern - Berechnungen

Unter Kenntnis des Verdrehwinkels φ lässt sich anschließend die **Federsteifigkeit** C_φ berechnen mit:

METHODE

Federsteifigkeit: $C_\phi = \frac{T}{\varphi} \rightarrow C_\varphi = \frac{G \cdot I_T}{l}$

Möchte man letztlich noch die **Arbeitsaufnahme** berechnen, verwendet man die Gleichung:

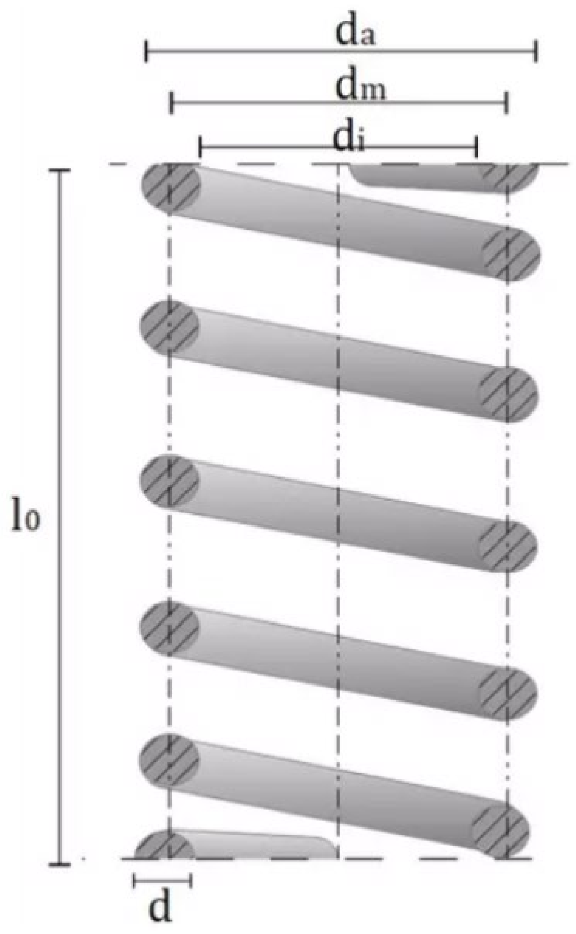
METHODE

Arbeitsaufnahme: $w = \frac{T^2}{2} \cdot C_\varphi$

Schraubenfedern

- Schraubenfedern sind um einen Dorn gewickelte Drehstabfedern, die in den meisten Fällen aus einem Runddraht hergestellt werden.
- Die Kraft wird hierbei in Achsrichtung auf die Feder aufgebracht und erzeugt somit im Federdraht ein Torsionsmoment.

Schraubenfedern



Schraubenfedern - Berechnungsgleichungen

Der Federweg s errechnet sich durch die folgende Gleichung:

METHODE

Federweg: $s = \frac{8 \cdot i_f}{G} \cdot \frac{d_m^3}{d^4} \cdot F$

- i_f = Anzahl der Windungen
- G = Schubmodul
- d_m = Durchmesser der Feder (Abstand Drahtmitte durch Mittelpunkt hin zur Drahtmitte auf der gegenüberliegenden Seite)
- d = Durchmesser des Drahtes
- F = angreifende Kraft

Schraubenfedern - Berechnungsgleichungen

Die **Federsteifigkeit** C lässt sich bekanntlich durch $C = \frac{F}{s}$ bestimmen und durch das entsprechende Umformen der vorherigen Gleichung indem wir den Kehrwert der Gleichung bilden und $\frac{F}{s}$ auf eine Seite bringen, erhalten wir für die Federsteifigkeit:

METHODE

Federsteifigkeit: $C = \frac{F}{s} \rightarrow C = \frac{G}{8 \cdot i_f} \cdot \frac{d^4}{d_m^3}$

Schraubenfedern - Berechnungsgleichungen

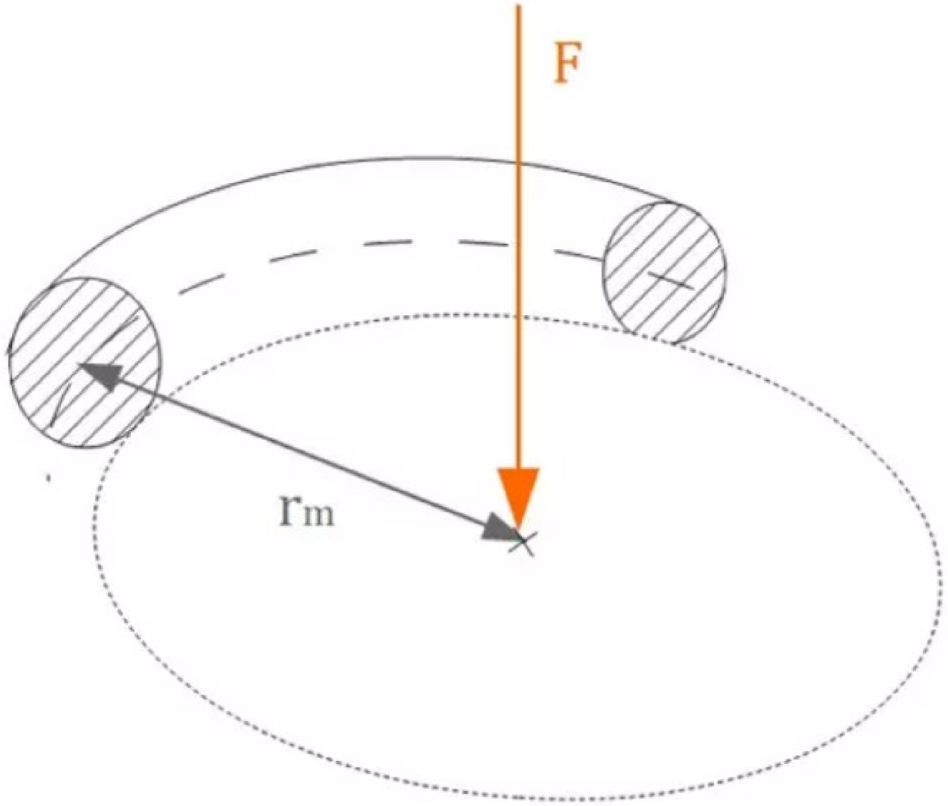
Desweiteren sei erwähnt, dass die Federenden keine federnden Eigenschaften besitzen. Aus diesem Grund setzt sich die Gesamtzahl der Windungen i_{ges} immer aus den federnden Windungen i_f und den nicht federnden Windungen (2) zusammen.

METHODE

Windungsanzahl: $i_{ges} = i_f + 2$

i_f = Anzahl der federnden Windungen

Schraubenfedern - Herleitung des Torsionsmoments



METHODE

Torsionsmoment: $T = F \cdot r_m$