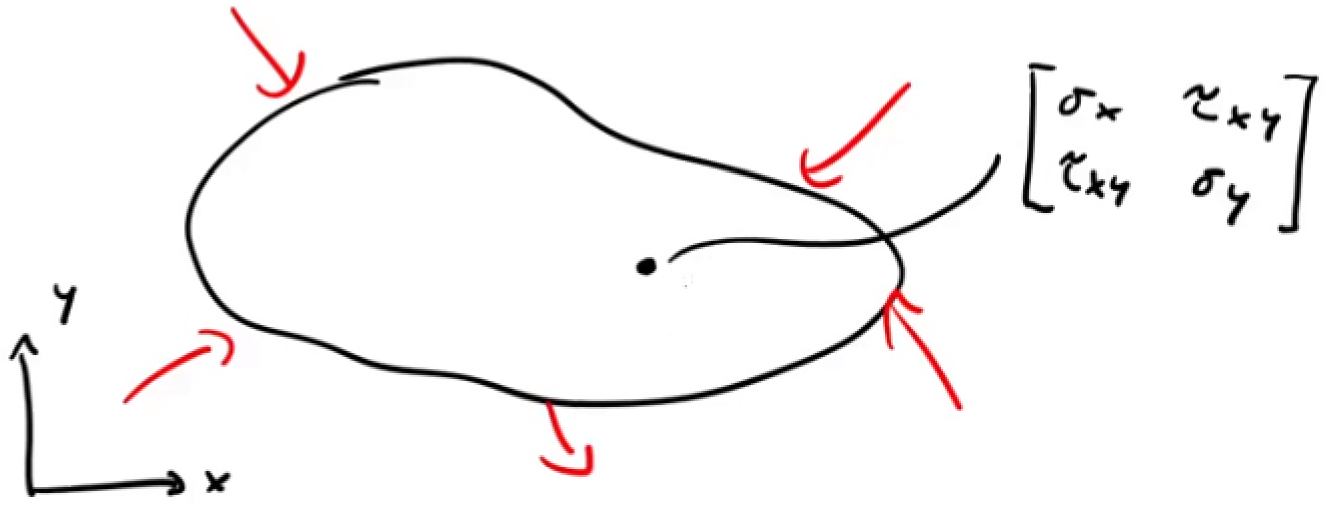
Mohrscher Spannungskreis

Kevin Suta

2D Kontinuum



Einfach erklärt

- Über den **Spannungstensor** eines infinitesimal kleinen und freigeschnittenen **Volumens** ergibt sich ein Spannungsvektor
- Der Vektor lässt sich daraufhin in einen senkrechten Teil (**Normalspannungsanteil**) und einen parallelen Teil zur Schnittfläche (**Schubspannungsanteil**) unterteilen
- Abhängig von dem Winkel, unter dem der Körper freigeschnitten wird, lassen sich die verschiedenen Anteile bestimmen.
- Diese Anteile in ein Koordinatensystem eingezeichnet ergeben dann den **Mohrschen Spannungskreis**.
- Mithilfe des Mohrschen Spannungskreis lassen sich die Hauptspannungen, deren Richtungen und die größte Schubspannung ablesen.

Spannungstensor

- Allgemein wird die Spannung durch den **Spannungstensor Sigma** beschrieben:

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

- **Normalspannungen** liegen auf der Hauptdiagonalen, **Schubspannungen** auf den anderen Positionen
- Der **erste Index** ist die zugehörige Fläche, **zweiter Index** die Richtungskomponente

Aufstellung des Mohrschen Spannungskreises

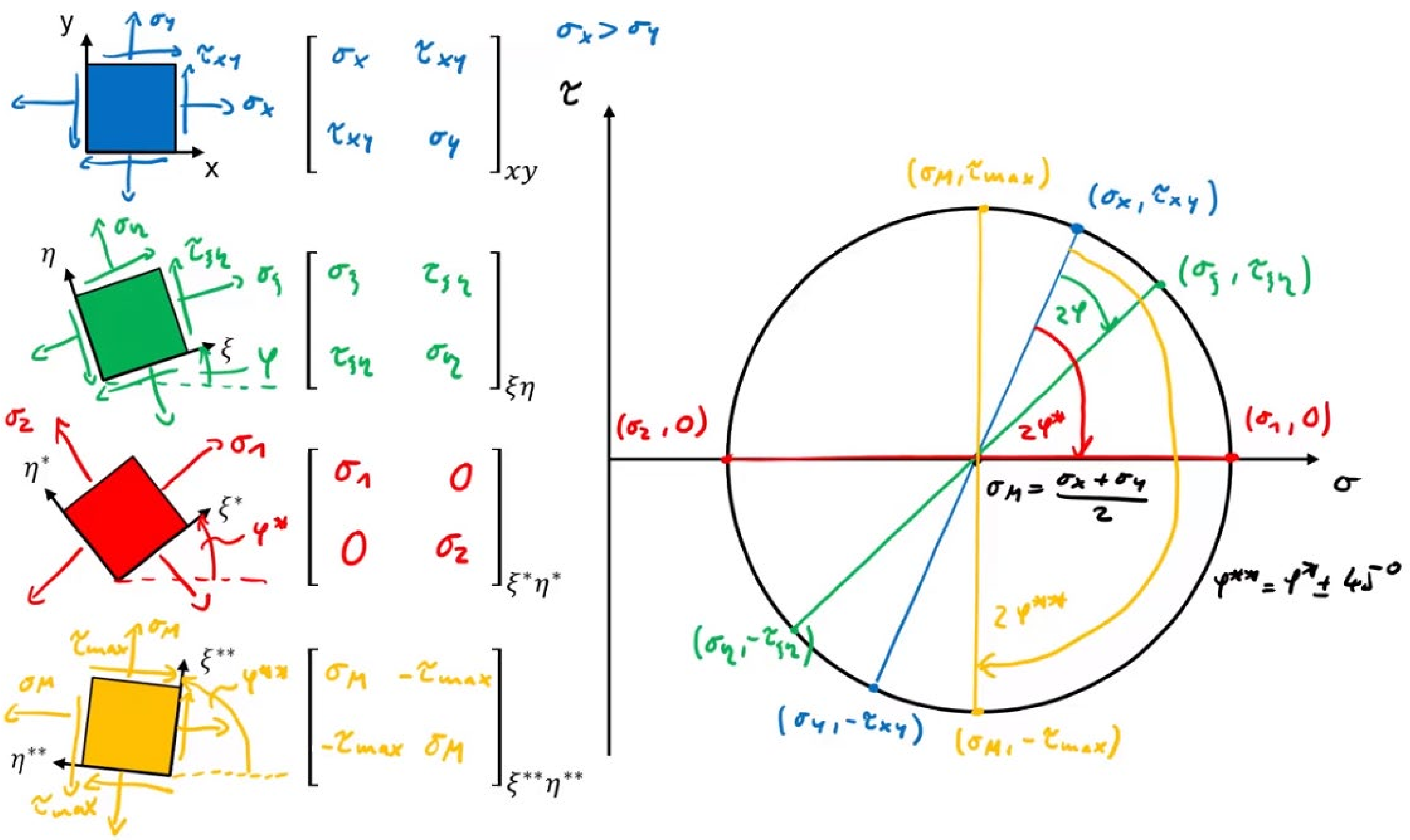
- Es existieren drei verschiedene Spannungszustände: der **einachsige**, der **ebene** und der **räumliche** Spannungszustand.
- Zeichnung des Mohrschen Spannungskreises wird wie folgt gemacht:
- Zunächst Mittelpunkt auf Normalspannungsachse bestimmen:

$$M = \frac{\sigma_y + \sigma_x}{2} = \frac{\sigma'_y + \sigma'_x}{2}$$

- Der Radius beträgt:

$$r = \sqrt{\left(\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{\sigma'_y - \sigma'_x}{2} = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \cos(2\varphi) + \tau \sin(2\varphi)$$

Mohrscher Spannungskreis



Maximale Schubspannung

- Die **maximale Schubspannung** liegt am höchsten Punkt des Kreises und entspricht dem **Radius r**
- Wie müssen wir das **System drehen**, damit wir den Wert für die maximale Schubspannung erhalten?
- Aus dem Spannungskreis ergibt sich:

$$\alpha = 90^{\circ} - 2\phi$$

- 2Φ daher, dass wir ein rechtwinkliges Dreieck bilden:

$$cos(2\phi) = \frac{\sigma_y - M}{r}$$

$$\alpha = 90^{\circ} - cos^{-1}\left(\frac{\sigma_y - M}{r}\right)$$