Universität Siegen; Department Maschinenbau
Institut für Mechanik und Regelungstechnik - Mechatronik
Prof. Dr.-Ing. C.-P. Fritzen

Probeklausur im Fach

TECHNISCHE MECHANIK A (STATIK)

Nr. 3

Matrikelnummer: Musterlösung

Vorname: 40 % der Punkte werden zum Bestehen benötigt

Nachname: ___________________________________

Ergebnis Klausur

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	**Summe**
Punkte:	31	5,5	15,5	10,5	11,5	6	80
Davon erreicht							

Gesamtergebnis

	Klausur	Testate	**Summe**	NOTE
Punkte:				

Bearbeitungszeit: 120 Minuten

Hilfsmittel:
- Taschenrechner, programmierbar oder nicht programmierbar
- Vorlesungsmanuskript Statik - Technische Mechanik I
- eigene Vorlesungsmitschrift
- selbstgeschriebene, handschriftliche (nicht kopierte) Formelsammlung (maximal 2 DIN A4-Seiten, einseitig beschrieben).

Hinweise: In den Hilfsmitteln dürfen sich keine Lösungen von Übungs- oder Klausuraufgaben befinden. Beschriften Sie jedes Blatt mit Name und Matrikelnummer. Die Aufgaben sind nachvollziehbar zu lösen. Selbst eingeführte Variablen sind durch gegebene Größen zu definieren. Nur Ergebnisse in den dafür vorgesehenen Lösungsbereichen auf dem Aufgabenblatt werden bewertet und müssen in Abhängigkeit der gegebenen Größen bestimmt werden. Das Aufgabenblatt ist abzugeben.

Diese Probeklausur wurde am 28.03.2012 als Prüfung gestellt.

Probeklausur im Fach Technische Mechanik Nr. 3

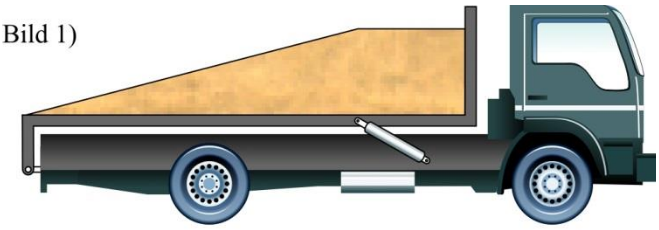
Universität Siegen; Department Maschinenbau
Institut für Mechanik und Regelungstechnik - Mechatronik
Prof. Dr.-Ing. C.-P. Fritzen

Name: ________________________________ **Matrikel-Nr.:_______________**

Aufgabe 1 (31 Punkte)

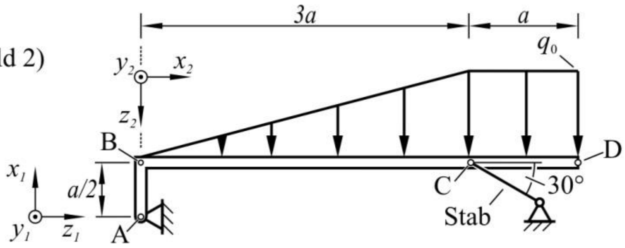
In Bild 1 ist ein Lastkraftwagen dargestellt, dessen kippbare Ladefläche mit Sand beladen ist. Für die Konstruktion soll die auf die Ladefläche wirkende Belastung ermittelt werden.

Bild 1)



Dazu zeigt Bild 2 das zu der beladenen Ladefläche zugehörige mechanische Ersatzsystem. Die Ladefläche, die als masseloser Balken abgebildet ist, wird durch das Festlager A und den Stabin seiner Position gehalten. Sie wird durch eine veränderliche Streckenlast beansprucht, die vom Punkt B linear von Null auf den Maximalwert q_0 bei Punkt C ansteigt und in die konstante Streckenlast q_0 übergeht, die über die Länge a wirkt.

Bild 2)



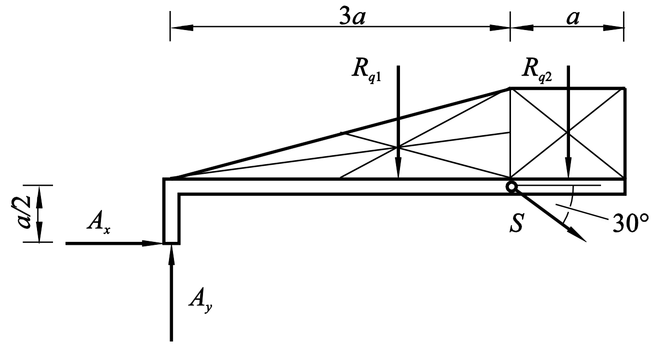
a) Berechnen Sie die Auflagerreaktionen in A und die Stabkraft S.

Für den Aufgabenteil b) sind die Auflagerreaktionen in A und die Stabkraft$S$gegeben.

b) Ermitteln Sie die Schnittreaktionen im Balkenzwischen den Punkten A und D. Verwenden Sie zwischen A und B das x_1-y_1-z_1-Koordinatensystem und zwischen B und D das x_2-y_2-z_2-Koordinatensystem.

Gegeben:a, q_0, nur im Aufgabenteil b) zusätzlich: Auflagerreaktionen in A und Stabkraft$S$

Lösung a) Freikörperbild(er):



Lösung a) Gleichgewichtsbedingungen (selbst eingeführte Variablen sind durch gegebene Größenzu definieren):

$\sum F_x=0$: $0=A_x+S\cdot\cos(30°)$

$\sum F_y=0$:$0=A_y-R_{q1}-R_{q2}-S\cdot\sin(30°)$

$\sum M_A=0$: $0=-R_{q1}\cdot 2a-R_{q2}\cdot\frac{7}{2}a-S\cdot\cos(30°)\cdot\frac{1}{2}a-S\cdot\sin(30°)\cdot 3a$

$R_{q1}=\frac{1}{2}q_0\cdot 3a=\frac{3}{2}q_0 a$

$R_{q2}=q_0\cdot a$

Universität Siegen; Department Maschinenbau

Institut für Mechanik und Regelungstechnik - Mechatronik

Prof. Dr.-Ing. C.-P. Fritzen

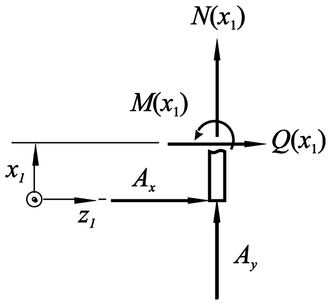
Name: ______________________________ **Matrikel-Nr.:**______________

Lösung a) Ergebnisse (**1,5 Punkte**):

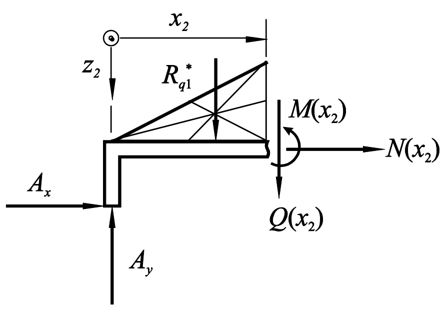
$A_x = \frac{13 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3}+6} q_0 a \approx 2{,}912 q_0 a; A_y = \left(\frac{5}{2} - \frac{13}{\sqrt{3}+6}\right) q_0 a = \frac{5\sqrt{3}+4}{2\sqrt{3}+12} q_0 a \approx 0{,}819\ q_0 a;\ S = -\frac{26}{\sqrt{3}+6} q_0 a \approx -3{,}363\ q_0 a$

Lösung b) Freikörperbild(er) mit Bereichs-/Gültigkeitsangabe(n):

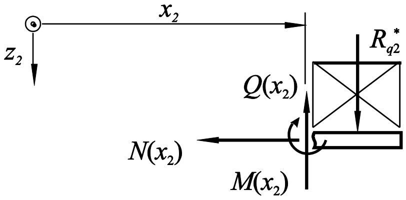
Bereich I: $0 < x_1 < \frac{a}{2}$



Bereich II: $0 < x_2 < 3a$



Bereich III: $3a < x_2 < 4a$



Universität Siegen; Department Maschinenbau

Institut für Mechanik und Regelungstechnik - Mechatronik

Prof. Dr.-Ing. C.-P. Fritzen

Name: ______________________________ **Matrikel-Nr.:**_____________

Lösung b) Gleichgewichtsbedingungen für Schnittreaktionen (selbst eingeführte Variablen sind durch gegebene Größen zu definieren):

Bereich I:

$\sum F_{x_1}= 0{:}0=A_y + N(x_1)$

$\sum F_{z_1}=0{:}\ 0=A_x+Q(x_1)$

$\sum M=0{:}0=M(x_1)+A_x\cdot x_1$

Bereich II:

$\sum F_{x_2}=0{:}\ 0=A_x+N(x_2)$

$\sum F_{z_2}= 0{:}\ 0= -A_y+ R^*_{q_1} + Q(x_2)$

$\sum M=0{:}\ 0=M(x_2)+A_x\cdot\frac{a}{2}-A_y\cdot x_2+R^*_{q_1}\cdot\frac{x_2}{3}$

$R^*_{q_1}=\frac{1}{2}q(x_2)\cdot x_2;$

$q(x_2)=\frac{q_0}{3a}\cdot x_2$

$\rightarrow R^*_{q_1}=\frac{q_0}{6a}\cdot x_2^2$

Bereich III (negatives Schnittufer):

$\sum F_{x_2}=0{:}\ 0=-N(x_2)$

$\sum F_{z_2}=0{:}\ 0=R^*_{q2}-Q(x_2)$

$\sum M=0{:}\ 0=-M(x_2)-R^*_{q_2}\cdot\frac{4a-x_2}{2}$

$R^*_{q_2}=(4a-x_2)\cdot q_0$

Lösung b) Ergebnisse der Schnittreaktionen (formelmäßig, keine graphische Darstellung erforderlich, **4,5 Punkte**):

Bereich I:

$N(x_1)= -A_y$

$Q(x_1)= -A_x$

$M(x_1)= -A_x\cdot x_1$

Bereich II:

$N(x_2)= -A_x$

$Q(x_2)=A_y-\frac{q_0}{6a}\cdot x_2^2$

$M(x_2)= -A_x\cdot\frac{a}{2}+A_y\cdot x_2-\frac{q_0}{6a}x_2^2\cdot\frac{x_2}{3}$

Bereich III (negatives Schnittufer):

$N(x_2)=0$

$Q(x_2)=(4a-x_2)q_0$

$M(x_2)= -(4a - x_2)\cdot q_0\cdot\frac{4a - x_2}{2}$

Universität Siegen; Department Maschinenbau

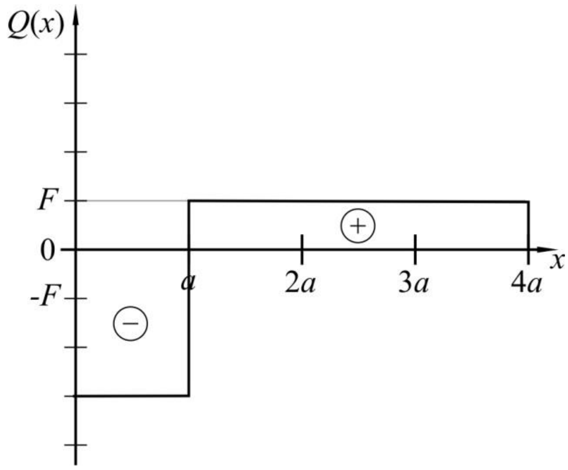
Institut für Mechanik und Regelungstechnik - Mechatronik

Prof. Dr.-Ing. C.-P. Fritzen

Name: ________________________________ **Matrikel-Nr.:**______________

Aufgabe 2 (5,5Punkte)

An einem geraden Balken wurde der rechts dargestellte Querkraftverlauf im Bereich $0 \leq x \leq 4a$ ermittelt.



Gegeben: F, a

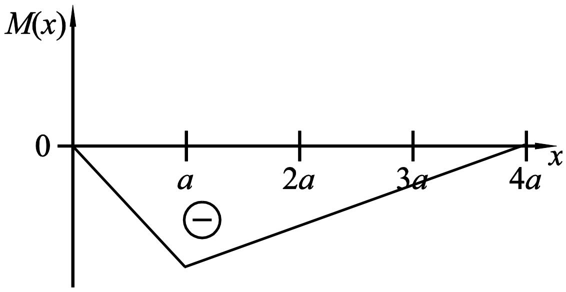
a) Skizzieren Sie anhand des gegebenen Querkraftverlaufs qualitativ (ohne Werte für $M(x)$) den Momentenverlauf in dem gegebenen Diagramm.

b) Bestimmen Sie aus dem Querkraftverlauf in x=0 und x=4a die Kräfte senkrecht zur x-Achse nach Betrag und Richtungssinn der positiven Kräfte.

c) Geben Sie den Ort des Extremwertes des Momentenverlaufs an.

d) Welches der abgebildeten Freikörperbilder führt zu dem gegebenen Querkraftverlauf?

Lösung a):



Lösung b):

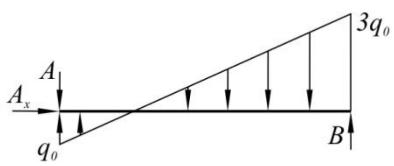
x=0:	Betrag = 3F	Richtungssinn:□ ↑ oder x↓
x=4a:	Betrag = F	Richtungssinn:□ ↑ oder x↓

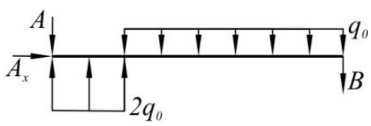
Lösung c):

$x_{ext} = a$

Lösung e):

☒ FKB 1 ☐ FKB 2 ☐ FKB 3





Probeklausur im Fach Technische Mechanik Nr. 3

Universität Siegen; Department Maschinenbau

Institut für Mechanik und Regelungstechnik - Mechatronik

Prof. Dr.-Ing. C.-P. Fritzen

Name: ________________________________ **Matrikel-Nr.:**_______________

Aufgabe 3 (15,5 Punkte)

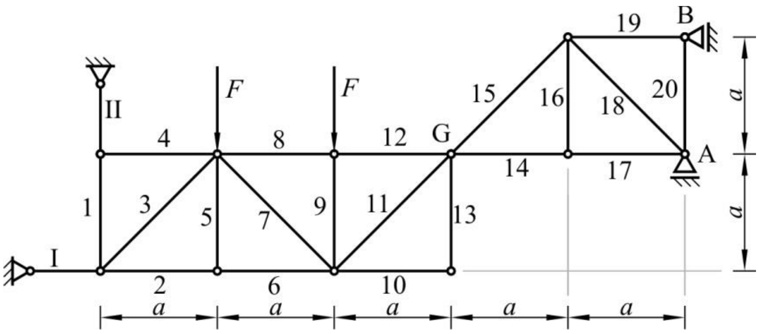
Das unten dargestellte System besteht aus zwei mit dem Gelenk G verbundenen Stabtragwerken. Am linken Stabtragwerk greifen zwei Kräfte F an. Das System wird durch die Stäbe I und II sowie durch die Loslager A und B im Gleichgewicht gehalten.

a) Berechnen Sie die Gelenkreaktionen im Gelenk G.

b) Bestimmen Sie alle Nullstäbe.

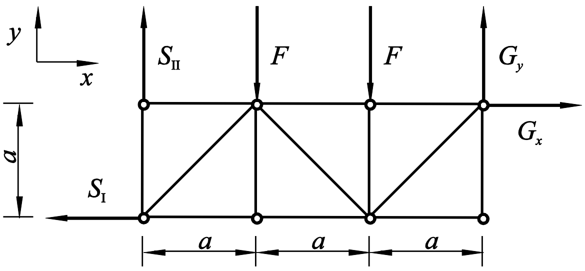
Für den Aufgabenteil c) sind die Stabkräfte S_{I} und S_{II} gegeben. (Die Stäbe sind dabei auf Zug anzusetzen).

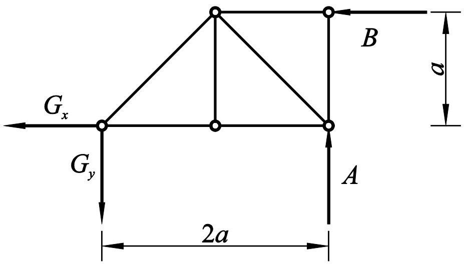
c) Ermitteln Sie die Stabkräfte in den Stäben 6, 7 und 8.



Gegeben: a, F, nur im Aufgabenteil c) zusätzlich: S_{I}, S_{II}

Lösung a) Freikörperbild(er):





Lösung a) Gleichgewichtsbedingungen zur Bestimmung der Gelenkreaktionen:

$\sum M_I = 0$: $0 = -F \cdot a - F \cdot 2a - G_x \cdot a + G_y \cdot 3a$

$\sum M_B = 0$: $0 = -G_x \cdot a + G_y \cdot 2a$

Universität Siegen; Department Maschinenbau
Institut für Mechanik und Regelungstechnik - Mechatronik
Prof. Dr.-Ing. C.-P. Fritzen

Name: ________________________________ **Matrikel-Nr.:**_______________

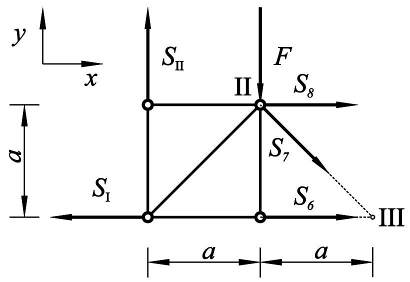
Lösung a) Ergebnisse (**1 Punkt**):

$G_x=6F; G_y=3F$

Lösung b) Nullstäbe:

S_4, S_5, S_{10}, S_{13}, S_{16}, S_{20}

Lösung c) Freikörperbild(er):



Lösung c) Gleichgewichtsbedingungen zur Stabkraftermittlung:

$\sum M_{II}=0: 0=S_6\cdot a-S_I\cdot a-S_{II}\cdot a$

$\sum M_{III}=0:\ 0=-S_8\cdot a+F\cdot a-S_{II}\cdot 2a$

$\sum F_y=0:\ 0=-S_7\cdot\sin(45°)-F+S_{II}$

Lösung c) Ergebnisse (**1,5 Punkte**):

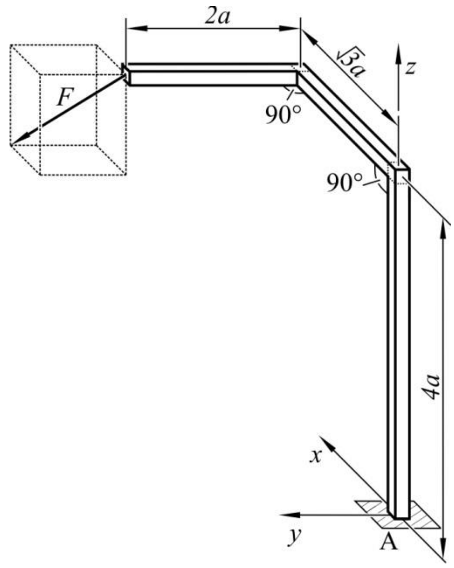
$S_6 = S_I+S_{II}$ $S_7=\sqrt{2}\cdot(S_{II}-F)$ $S_8 = F-2\cdot S_{II}$

Probeklausur im Fach Technische Mechanik Nr. 3

Universität Siegen; Department Maschinenbau
Institut für Mechanik und Regelungstechnik - Mechatronik
Prof. Dr.-Ing. C.-P. Fritzen

Name: ______________________________ **Matrikel-Nr.:**______________

Aufgabe 4 (10,5 Punkte)



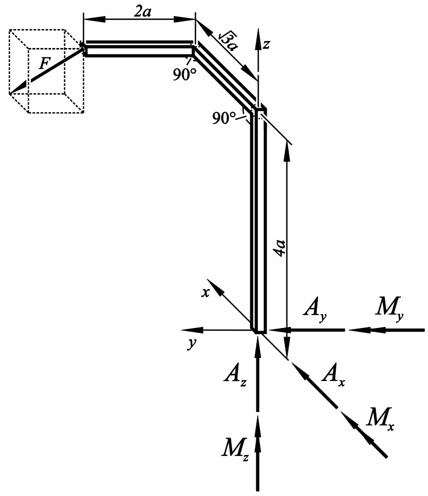
Der dargestellte masselose Balkenträger ist in A fest eingespannt und wird mit der Kraft F im Punkt ($\sqrt{3}a$,$2a$,$4a$) belastet. DerVektor der Kraft F ist mit den folgenden Komponenten gegeben:

$$\underline{F} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2\sqrt{3} \end{pmatrix} \cdot F \,.$$

Ermitteln Sie alle Auflagerreaktionen in A.

Gegeben:a, F

Lösung (Freikörperbild(er)):



Lösung (Gleichgewichtsbedingungen):

$\sum F_x$=0:0=$A_x+\frac{2}{5}F$

$\sum F_y$=0:0=$A_y+\frac{3}{5}F$

$\sum F_z$=0:0=$A_z-\frac{2}{5}\sqrt{3}F$

$\sum M_x$=0:0=$M_x-\frac{3}{5}F\cdot 4a-\frac{2}{5}\sqrt{3}F\cdot 2a$

$\sum M_y$=0:0=$M_y+\frac{2}{5}F\cdot 4a+\frac{2}{5}\sqrt{3}F\cdot\sqrt{3}a$

$\sum M_z$=0:0=$M_z-\frac{2}{5}F\cdot 2a+\frac{3}{5}F\cdot\sqrt{3}a$

oder alternativ vektoriell:

$\sum \underline{F}=\underline{0}$: $\underline{0}=\underline{F}+\underline{A}$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{5}F\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}$$

$\sum \underline{M}=\underline{0}$: $\underline{0}=\underline{r}\times\underline{F}+\underline{M}$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{3}a \\ 2a \\ 4a \end{pmatrix} \times \frac{1}{5}F\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2\sqrt{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{5}F\cdot 4a-\frac{2}{5}\sqrt{3}F\cdot 2a \\ \frac{2}{5}F\cdot 4a+\frac{2}{5}\sqrt{3}F\cdot\sqrt{3}a \\ -\frac{2}{5}F\cdot 2a+\frac{3}{5}F\cdot\sqrt{3}a \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}$$

Name: ________________________________ **Matrikel-Nr.:_______________**

Lösung (Ergebnisse**3 Punkte**):

$A_x = -\frac{2}{5}F$

$A_y = -\frac{3}{5}F$

$A_z = \frac{2\sqrt{3}}{5}F$

$M_x = \frac{4\sqrt{3}+12}{5}Fa$

$M_y = -\frac{14}{5}Fa$

$M_z = \frac{4-3\sqrt{3}}{5}Fa$

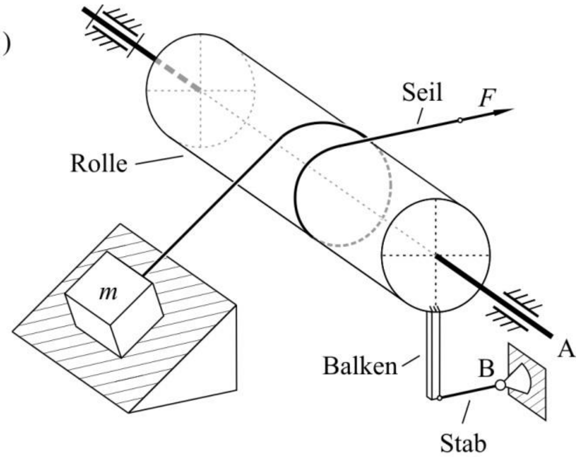
Universität Siegen; Department Maschinenbau
Institut für Mechanik und Regelungstechnik - Mechatronik
Prof. Dr.-Ing. C.-P. Fritzen

Name: ________________________________ **Matrikel-Nr.:______________**

Aufgabe 5 (11,5Punkte)

Das in Bild 1) dargestellte räumliche System kann als ein ebenes System aufgefasst werden (Bild 2).Die auf einer schiefen Ebene liegende Masse*m* wird durch ein Seil gehalten, welches um eine Rolle gewickelt ist und an dessen Ende die Kraft *F* zieht.Die Rolle mit dem Radius *r* ist in A frei drehbar gelagert. Aufgrund eines angeschweißten Balkens der Länge 1,5*r* und einem damit verbundenen Stab, der in B befestigt ist, wird ein Verdrehen der Rolle verhindert.Im Kontakt zwischen Rolle und Seil liegt der Haftkoeffizient μ_S vor. Zwischen der Masse *m* und der schiefen Ebene herrscht Reibung mit dem Haftkoeffizienten μ_0.

Bild 1)



a) Bestimmen Sie mit Hilfe von Bild 1) und 2) den Umschlingungswinkel αdes Seils um die Rolle. Geben Sie den Winkel in der Einheit *rad* an.

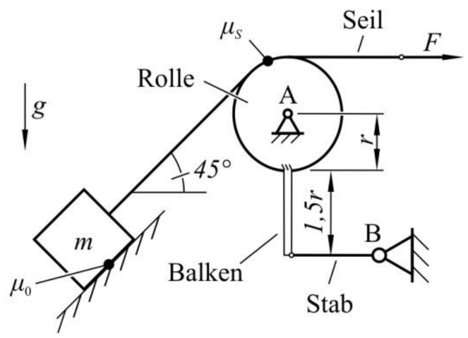
Für die Aufgabenteileb) und c) ist der Umschlingungswinkel α gegeben.

b) Berechnen Sie die Kraft *F*, so dass die Masse *m*die schiefe Ebene nicht hinunterrutscht. (Nutzen Sie hierzu das ebene System in Bild 2).

Für den Aufgabenteil c) sind die Seilkräfte gegeben.

c) Berechnen Sie die Stabkraft *S*, die nötig ist, damit das System im Gleichgewicht bleibt. (Nutzen Sie hierzu das ebene System in Bild 2).

Bild 2)



Gegeben:*m*, *g*, *r*, μ_S, μ_0, ab Aufgabenteil b) zusätzlich: Umschlingungswinkel α, in Aufgabenteil c) zusätzlich: Seilkräfte

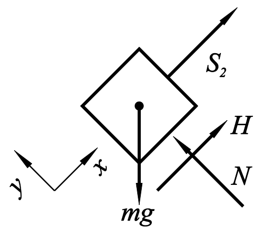
Lösung a):

$$\alpha = \frac{9}{4}\pi = 2{,}25\ \pi$$

Universität Siegen; Department Maschinenbau
Institut für Mechanik und Regelungstechnik - Mechatronik
Prof. Dr.-Ing. C.-P. Fritzen

Name: ________________________________ **Matrikel-Nr.:**_______________

Lösung b) Freikörperbild(er):



Lösung b) Gleichgewichtsbedingungen und Ergebnis:

$\sum F_x = 0 : 0 = S_2 + H - m \cdot g \cdot \sin(45°)$

$\sum F_y = 0 : 0 = N - m \cdot g \cdot \cos(45°)$

Haftreibung:

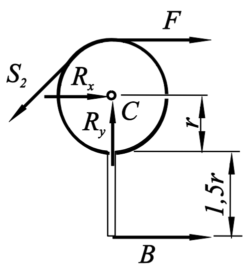
$H \leq \mu_0 \cdot N$

Seilreibung:

$S_2 = S_1 \cdot e^{\mu_s \cdot \alpha} = F \cdot e^{\mu_s \cdot \alpha}$

$F = \frac{\sqrt{2}}{2} m \cdot g \cdot \left(1 - \mu_0\right) \cdot e^{-\mu_s \cdot \alpha}$

Lösung c):



$\sum M_c = 0 : 0 = S_2 \cdot r - F \cdot r + B \cdot 2{,}5r$

$\Leftrightarrow B = \frac{2}{5}(F - S_2) = \frac{2}{5} F(1 - \cdot e^{\mu_s \cdot \alpha}) = \frac{\sqrt{2}}{5} m \cdot g \cdot \left(1 - \mu_0\right) \cdot (e^{-\mu_s \cdot \alpha} - 1)$

Universität Siegen; Department Maschinenbau

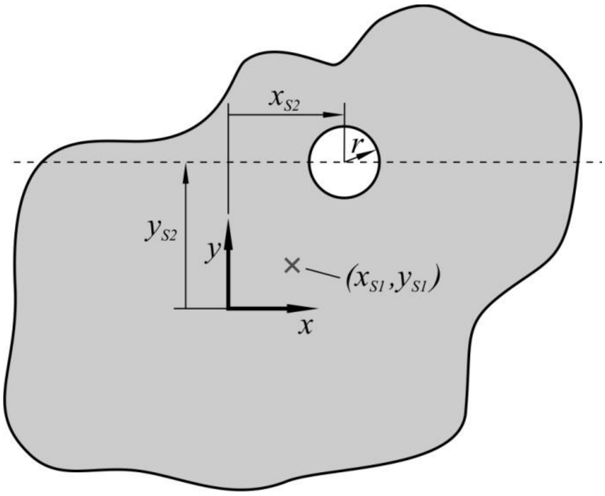
Institut für Mechanik und Regelungstechnik - Mechatronik

Prof. Dr.-Ing. C.-P. Fritzen

Name: ________________________________ **Matrikel-Nr.:**______________

Aufgabe 6 (6 Punkte)

Die rechts dargestellte Fläche besitzt ohne die Kreisbohrung den Schwerpunkt (x_{S1}, y_{S1}) und den Flächeninhalt A_1. Eine Kreisbohrung mit dem Radius $r$und den Koordinaten (x_{S2}, y_{S2}) des Mittelpunktes soll entlang der gestrichelten Linie in die Fläche eingebracht werden.



Berechnen Sie die Koordinate x_{S2} und den Radius r der Kreisbohrung, so dass der gesamte Flächenschwerpunkt (x_S, y_S) im Ursprung des x-y-Koordinatensystems liegt.

Gegeben:x_{S1}, y_{S1}, A_1, y_{S2}, x_S=y_S=0

Rechnung:

$$x_S=\frac{\sum_{i=1}^{2} A_i \cdot y_{S_i}}{\sum_{i=1}^{2} A_i}=\frac{A_1 \cdot x_{S_1}+A_2 \cdot x_{S_2}}{A_1+A_2}=\frac{A_1 \cdot x_{S_1}-\pi r^2 \cdot x_{S_2}}{A_1-\pi r^2}=0$$

$$y_S=\frac{\sum_{i=1}^{2} A_i \cdot y_{S_i}}{\sum_{i=1}^{2} A_i} = \frac{A_1 \cdot y_{S_1} + A_2 \cdot y_{S_2}}{A_1 + A_2} = \frac{A_1 \cdot y_{S_1} - \pi r^2 \cdot y_{S_2}}{A_1 - \pi r^2} = 0$$

Ergebnisse: (**1 Punkt**):

$x_{S_2}= \frac{y_{S_2}}{y_{S_1}} \cdot x_{S_1}$, $r = \sqrt{\frac{y_{S_1}}{y_{S_2}} \cdot \frac{A_1}{\pi}}$