
Probeklausur im Fach TECHNISCHE MECHANIK A (STATIK)

Nr. 3

Matrikelnummer: _____

Vorname: _____

Nachname: _____

Ergebnis Klausur

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	Summe
Punkte:	31	5,5	15,5	10,5	11,5	6	80
Davon erreicht							

Gesamtergebnis

	Klausur	Testate	Summe	NOTE
Punkte:				

Bearbeitungszeit: 120 Minuten

- Hilfsmittel:**
- Taschenrechner, programmierbar oder nicht programmierbar
 - Vorlesungsmanuskript Statik - Technische Mechanik I
 - eigene Vorlesungsmitschrift
 - selbstgeschriebene, handschriftliche (nicht kopierte) Formelsammlung (maximal 2 DIN A4-Seiten, einseitig beschrieben).

Hinweise: In den Hilfsmitteln dürfen sich keine Lösungen von Übungs- oder Klausuraufgaben befinden. Beschriften Sie jedes Blatt mit Name und Matrikelnummer. Die Aufgaben sind nachvollziehbar zu lösen. Selbst eingeführte Variablen sind durch gegebene Größen zu definieren. Nur Ergebnisse in den dafür vorgesehenen Lösungsbereichen auf dem Aufgabenblatt werden bewertet und müssen in Abhängigkeit der gegebenen Größen bestimmt werden. Das Aufgabenblatt ist abzugeben.

Diese Probeklausur wurde am 28.03.2012 als Prüfung gestellt.

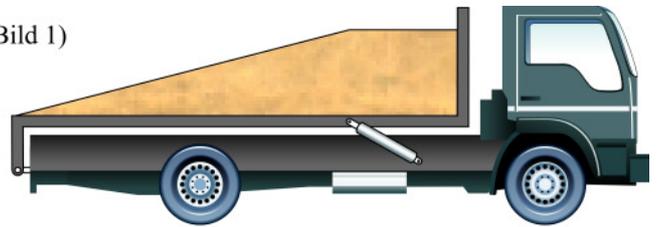
Name: _____

Matrikel-Nr.: _____

Aufgabe 1 (31 Punkte)

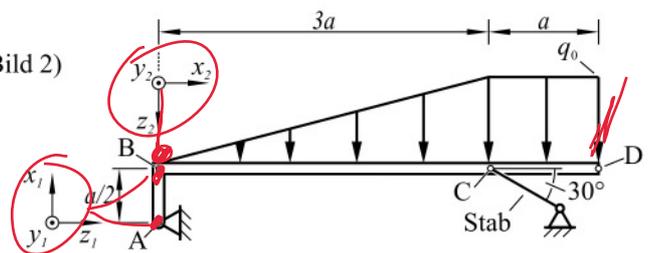
In Bild 1 ist ein Lastkraftwagen dargestellt, dessen kippbare Ladefläche mit Sand beladen ist. Für die Konstruktion soll die auf die Ladefläche wirkende Belastung ermittelt werden.

Bild 1)



Dazu zeigt Bild 2 das zu der beladenen Ladefläche zugehörige mechanische Ersatzsystem. Die Ladefläche, die als masseloser Balken abgebildet ist, wird durch das Festlager A und den Stab in seiner Position gehalten. Sie wird durch eine veränderliche Streckenlast beansprucht, die vom Punkt B linear von Null auf den Maximalwert q_0 bei Punkt C ansteigt und in die konstante Streckenlast q_0 übergeht, die über die Länge a wirkt.

Bild 2)

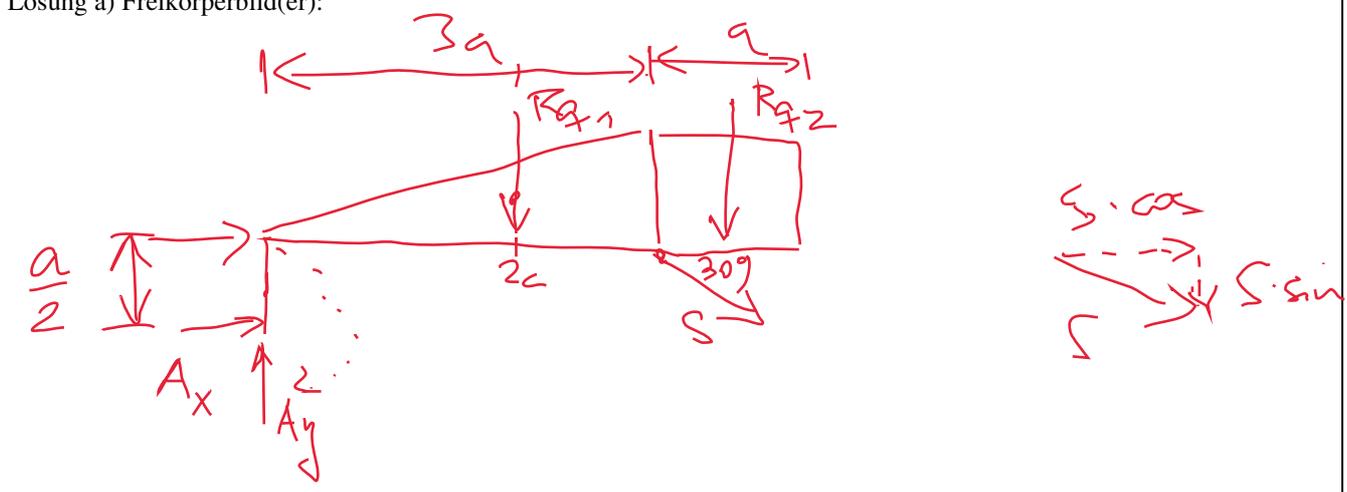


- a) Berechnen Sie die Auflagerreaktionen in A und die Stabkraft S .
Für den Aufgabenteil b) sind die Auflagerreaktionen in A und die Stabkraft S gegeben.

- b) Ermitteln Sie die Schnittreaktionen im Balken zwischen den Punkten A und D. Verwenden Sie zwischen A und B das x_1 - y_1 - z_1 -Koordinatensystem und zwischen B und D das x_2 - y_2 - z_2 -Koordinatensystem.

Gegeben: a, q_0 , nur im Aufgabenteil b) zusätzlich: Auflagerreaktionen in A und Stabkraft S

Lösung a) Freikörperbild(er):



Lösung a) Gleichgewichtsbedingungen (selbst eingeführte Variablen sind durch gegebene Größen zu definieren):

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 &: A_x + S \cdot \cos 30^\circ \Leftrightarrow A_x = -S \cos 30^\circ \\ \sum F_y = 0 &: A_y - R_{q1} - R_{q2} - S \cdot \sin 30^\circ \\ \sum M_A = 0 &: -R_{q1} \cdot 2a - R_{q2} \cdot \frac{7}{2}a - S \cdot \sin 30^\circ \cdot 3a \\ &\quad - S \cdot \cos 30^\circ \cdot \frac{a}{2} \end{aligned}$$

mit $R_{q1} = \frac{1}{2} \cdot q_0 \cdot 3a$
 $R_{q2} = q_0 \cdot a$

Name: _____

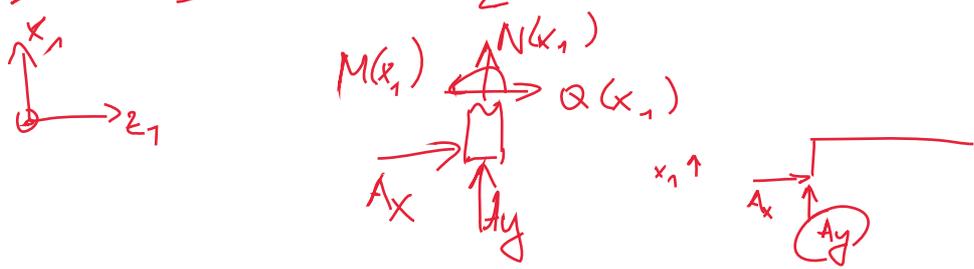
Matrikel-Nr.: _____

Lösung a) Ergebnisse (1,5 Punkte):

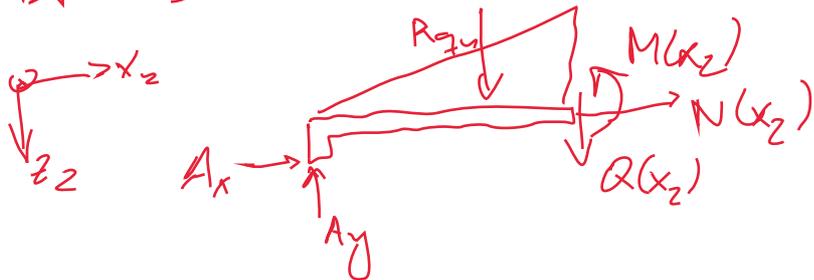
$$S = -3,363 q_0 a \Rightarrow A_x = 2,912 q_0 \cdot a \Rightarrow A_y = 0,819 q_0 a$$

Lösung b) Freikörperbild(er) mit Bereichs-/Gültigkeitsangabe(n):

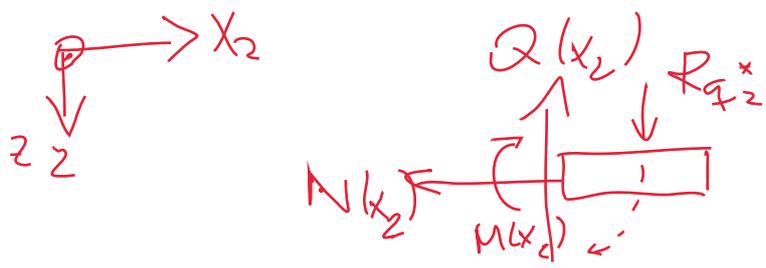
Bereich I: $0 < x_1 < \frac{a}{2}$



Bereich II: $0 < x_2 < 3a$



Bereich III: $3a < x_2 < 4a$



Name: _____

Matrikel-Nr.: _____

Lösung b) Gleichgewichtsbedingungen für Schnittreaktionen (selbst eingeführte Variablen sind durch gegebene Größen zu definieren):

Bereich I: $\sum \overline{F}_{x_1} = A_y + N(x_1) = 0$
 $\sum \overline{F}_{z_1} = A_x + Q(x_1) = 0$
 $\sum \overline{M} = M(x_1) + A_x \cdot x_1 = 0$

Bereich II: $\sum \overline{F}_{x_2} = A_x + N(x_2) = 0$
 $\sum \overline{F}_{z_2} = -A_y + R_{q_1}^* + Q(x_2) = 0$
 $\sum \overline{M} = M(x_2) + A_x \cdot \frac{a}{2} - A_y \cdot x_2 + R_{q_1}^* \cdot \frac{x_2}{5}$

mit $R_{q_1}^* = \frac{1}{2} \cdot q_0(x_2) \cdot x_2$
 $\Rightarrow q_0(x_2) = \frac{q_0}{3a} \cdot x_2$
 $\rightarrow R_{q_1}^* = \frac{q_0}{6a} \cdot x_2^2$

Bereich III: $\sum \overline{F}_{x_2} = -N(x_2) = 0$
 $\sum \overline{F}_{z_2} = -Q(x_2) + R_{q_2}^* = 0$
 $\sum \overline{M} = 0 = -M(x_2) - R_{q_2}^* \cdot \frac{4a-x_2}{2} \Rightarrow R_{q_2}^* = (4a-x_2) \cdot q_0$

Lösung b) Ergebnisse der Schnittreaktionen (formelmäßig, keine graphische Darstellung erforderlich, 4,5 Punkte):

Bereich I: $N(x_1) = -A_y$
 $Q(x_1) = -A_x$
 $M(x_1) = -A_x \cdot x_1$

Bereich II: $N(x_2) = -A_x$
 $Q(x_2) = A_y - R_{q_1}^*$
 $= A_y - \frac{q_0}{6a} \cdot x_2^2$
 $M(x_2) = -A_x \cdot \frac{a}{2} + A_y \cdot x_2 - \frac{q_0}{6a} \cdot x_2^2 \cdot \frac{x_2}{5}$

Bereich III: $N(x_2) = 0$
 $Q(x_2) = (4a-x_2) \cdot q_0$
 $M(x_2) = -(4a-x_2) \cdot q_0 \cdot \frac{4a-x_2}{2}$

Name: _____

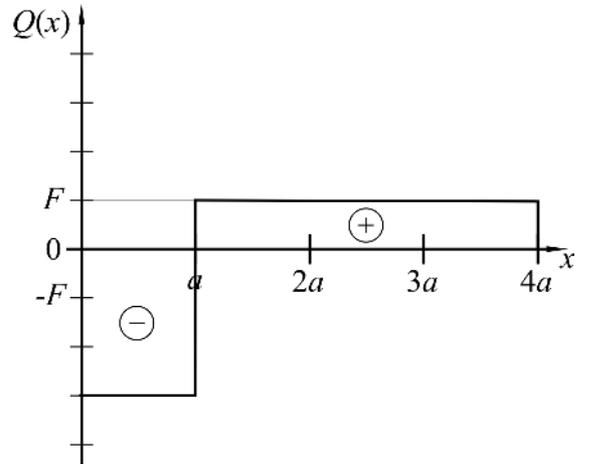
Matrikel-Nr.: _____

Aufgabe 2 (5,5 Punkte)

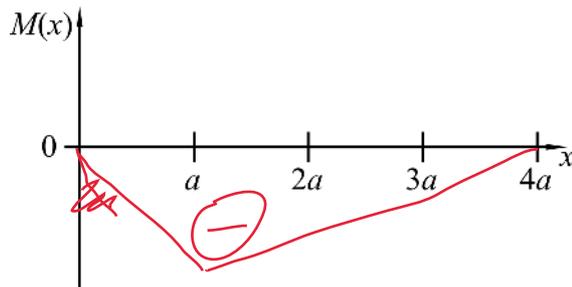
An einem geraden Balken wurde der rechts dargestellte Querkraftverlauf im Bereich $0 \leq x \leq 4a$ ermittelt.

Gegeben: F, a

- Skizzieren Sie anhand des gegebenen Querkraftverlaufs qualitativ (ohne Werte für $M(x)$) den Momentenverlauf in dem gegebenen Diagramm.
- Bestimmen Sie aus dem Querkraftverlauf in $x=0$ und $x=4a$ die Kräfte senkrecht zur x -Achse nach Betrag und Richtungssinn der positiven Kräfte.
- Geben Sie den Ort des Extremwertes des Momentenverlaufs an.
- Welches der abgebildeten Freikörperbilder führt zu dem gegebenen Querkraftverlauf?



Lösung a):



Lösung b):

$x=0:$	Betrag = <u>$3F$</u>	Richtungssinn: <input type="checkbox"/> \uparrow oder <input checked="" type="checkbox"/> \downarrow
$x=4a:$	Betrag = <u>F</u>	Richtungssinn: <input type="checkbox"/> \uparrow oder <input checked="" type="checkbox"/> \downarrow

Lösung c):

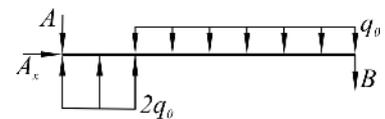
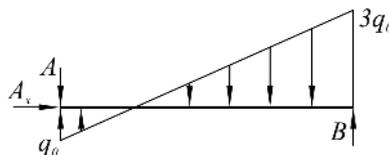
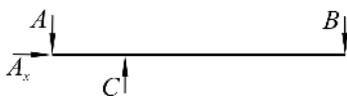
$x_{ext} = \underline{\underline{a}}$

Lösung d):

FKB 1

FKB 2

FKB 3



Name: _____

Matrikel-Nr.: _____

Aufgabe 3 (15,5 Punkte)

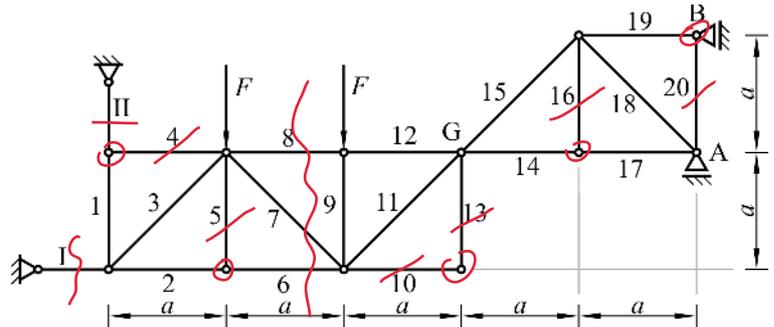
Das unten dargestellte System besteht aus zwei mit dem Gelenk G verbundenen Stabtragwerken. Am linken Stabtragwerk greifen zwei Kräfte F an. Das System wird durch die Stäbe I und II sowie durch die Loslager A und B im Gleichgewicht gehalten.

a) Berechnen Sie die Gelenkreaktionen im Gelenk G.

b) Bestimmen Sie alle Nullstäbe.

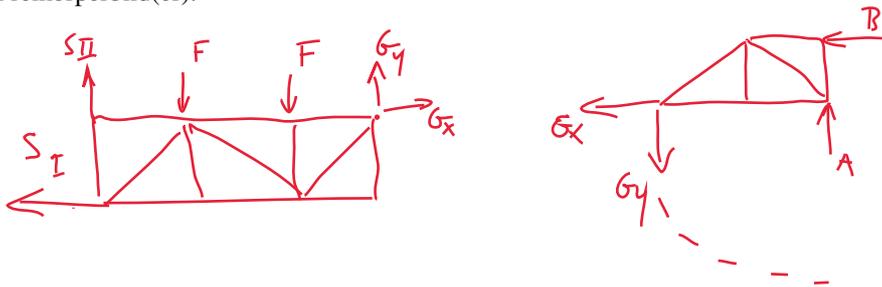
Für den Aufgabenteil c) sind die Stabkräfte S_I und S_{II} gegeben. (Die Stäbe sind dabei auf Zug anzusetzen).

c) Ermitteln Sie die Stabkräfte in den Stäben 6, 7 und 8.



Gegeben: a, F , nur im Aufgabenteil c) zusätzlich: S_I, S_{II}

Lösung a) Freikörperbild(er):



Lösung a) Gleichgewichtsbedingungen zur Bestimmung der Gelenkreaktionen:

$$\sum \overset{\curvearrowright}{M}_I = -F \cdot a - F \cdot 2a + G_y \cdot 3a - G_x \cdot a = 0$$

$$\sum M_B = -G_x \cdot a + G_y \cdot 2a = 0$$

$$\Rightarrow G_x = 2G_y$$

$$\Rightarrow -F \cdot a - F \cdot 2a + G_y \cdot 3a - 2G_y \cdot a = 0$$

$$\Rightarrow G_y = 3F \Rightarrow G_x = 2G_y = 6F$$

Name: _____

Matrikel-Nr.: _____

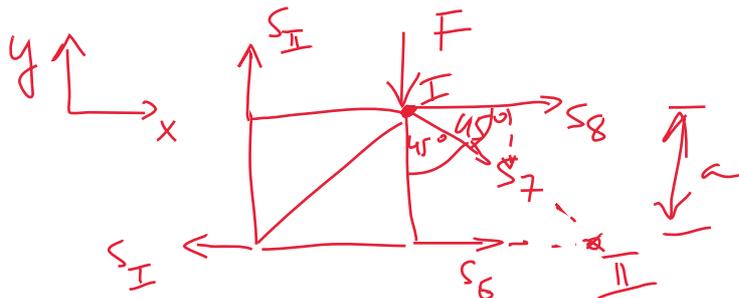
Lösung a) Ergebnisse (1 Punkt):

$$G_x = 6F \quad G_y = 3F$$

Lösung b) Nullstäbe:

$$4, 5, 10, 13, 16, 20$$

Lösung c) Freikörperbild(er):



Lösung c) Gleichgewichtsbedingungen zur Stabkraftermittlung:

$$\sum F_x = -S_I + S_6 + S_7 \cos 45^\circ + S_8 = 0$$

$$\sum F_y = S_{II} - F - S_7 \sin 45^\circ = 0$$

$$\Leftrightarrow S_7 = \frac{(S_{II} - F)}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2}(S_{II} - F)$$

$$\sum M_{III} = S_6 \cdot a - F \cdot a - S_I \cdot a$$

$$\sum M_I = S_6 \cdot a - S_I \cdot a - S_{II} \cdot a = 0$$

$$\Leftrightarrow S_6 = S_I + S_{II}$$

$$\sum M_{II} = -S_8 \cdot a + F \cdot a - S_{II} \cdot 2a = 0$$

$$\Leftrightarrow S_8 = F - 2S_{II}$$

Lösung c) Ergebnisse (1,5 Punkte):

$$S_6 = \underline{S_I + S_{II}}, \quad S_7 = \underline{\sqrt{2}(S_{II} - F)}, \quad S_8 = \underline{F - S_{II} \cdot 2}$$

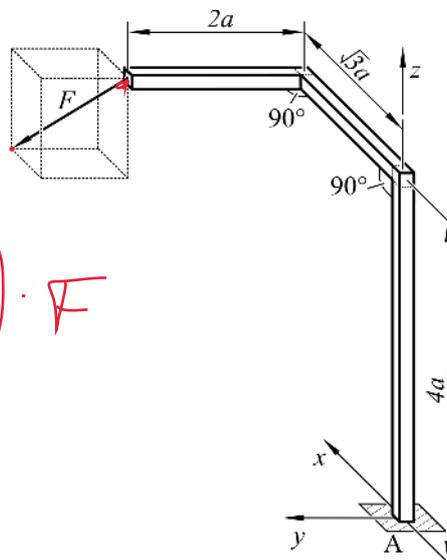
Name: _____

Matrikel-Nr.: _____

Aufgabe 4 (10,5 Punkte)

Der dargestellte masselose Balkenträger ist in A fest eingespannt und wird mit der Kraft F im Punkt $(\sqrt{3}a, 2a, 4a)$ belastet. Der Vektor der Kraft F ist mit den folgenden Komponenten gegeben:

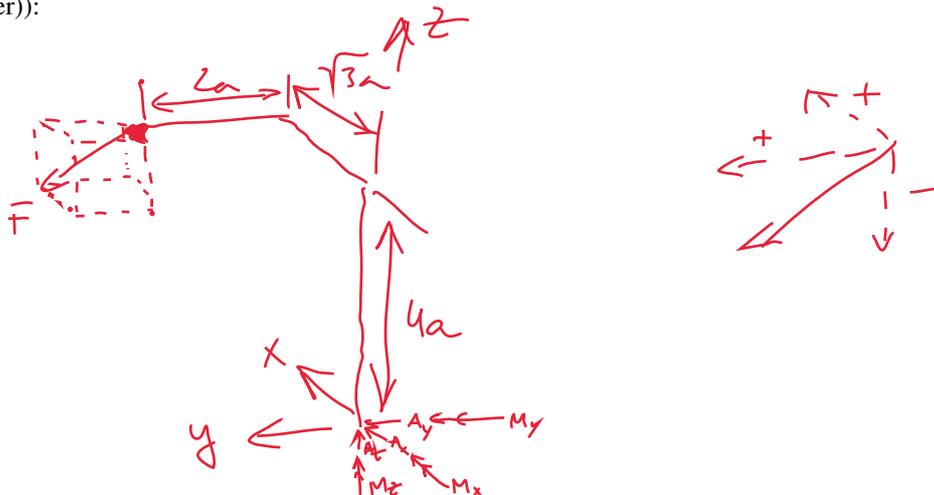
$$\underline{F} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2\sqrt{3} \end{pmatrix} \cdot F \Rightarrow \underline{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \cdot F$$



Ermitteln Sie alle Auflagerreaktionen in A.

Gegeben: a, F

Lösung (Freikörperbild(er)):



Lösung (Gleichgewichtsbedingungen):

$$F_x = \frac{2}{5} F \quad F_y = \frac{3}{5} F \quad F_z = -\frac{2\sqrt{3}}{5} F$$

$$\sum F_x = A_x + \frac{2}{5} F = 0$$

$$\sum M_x = M_x - \frac{3}{5} F \cdot 4a + \frac{2\sqrt{3}}{5} F \cdot 2a = 0$$

$$\sum F_y = A_y + \frac{3}{5} F = 0$$

$$\sum M_y = M_y + \frac{2}{5} F \cdot 4a - \frac{2}{5} \sqrt{3} F \cdot \sqrt{3} a = 0$$

$$\sum F_z = A_z - \frac{2\sqrt{3}}{5} F = 0$$

$$\sum M_z = M_z - \frac{2}{5} F \cdot 2a + \frac{3}{5} F \cdot \sqrt{3} a = 0$$

Name: _____

Matrikel-Nr.: _____

Lösung (Ergebnisse 3 Punkte):

$$\begin{aligned} \text{Bsp.: } M_x &= \frac{3}{5} F \cdot 4a - \frac{2\sqrt{3}}{5} F \cdot 2a \\ \Leftrightarrow M_x &= F \cdot a \left(\frac{12}{5} - \frac{4\sqrt{3}}{5} \right) \\ &= \frac{12 - 4\sqrt{3}}{5} F \cdot a \end{aligned}$$

...

Name: _____

Matrikel-Nr.: _____

Aufgabe 5 (11,5 Punkte)

Das in Bild 1) dargestellte räumliche System kann als ein ebenes System aufgefasst werden (Bild 2). Die auf einer schiefen Ebene liegende Masse m wird durch ein Seil gehalten, welches um eine Rolle gewickelt ist und an dessen Ende die Kraft F zieht. Die Rolle mit dem Radius r ist in A frei drehbar gelagert. Aufgrund eines angeschweißten Balkens der Länge $1,5r$ und einem damit verbundenen Stab, der in B befestigt ist, wird ein Verdrehen der Rolle verhindert. Im Kontakt zwischen Rolle und Seil liegt der Haftkoeffizient μ_s vor. Zwischen der Masse m und der schiefen Ebene herrscht Reibung mit dem Haftkoeffizienten μ_0 .

- a) Bestimmen Sie mit Hilfe von Bild 1) und 2) den Umschlingungswinkel α des Seils um die Rolle. Geben Sie den Winkel in der Einheit rad an.

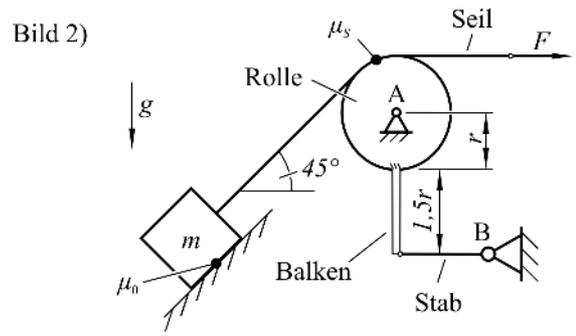
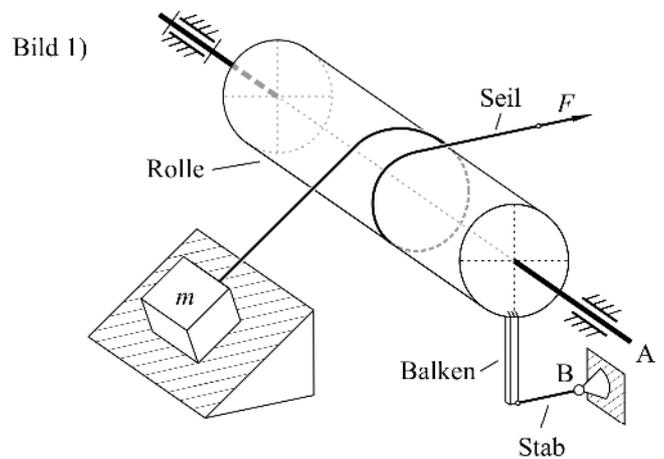
Für die Aufgabenteile b) und c) ist der Umschlingungswinkel α gegeben.

- b) Berechnen Sie die Kraft F , so dass die Masse m die schiefe Ebene nicht hinunterrutscht. (Nutzen Sie hierzu das ebene System in Bild 2).

Für den Aufgabenteil c) sind die Seilkräfte gegeben.

- c) Berechnen Sie die Stabkraft S , die nötig ist, damit das System im Gleichgewicht bleibt. (Nutzen Sie hierzu das ebene System in Bild 2).

Gegeben: m, g, r, μ_s, μ_0 , ab Aufgabenteil b) zusätzlich: Umschlingungswinkel α , in Aufgabenteil c) zusätzlich: Seilkräfte



Lösung a):

$$\alpha = 2\pi + \frac{1}{4}\pi = \frac{9}{4}\pi$$

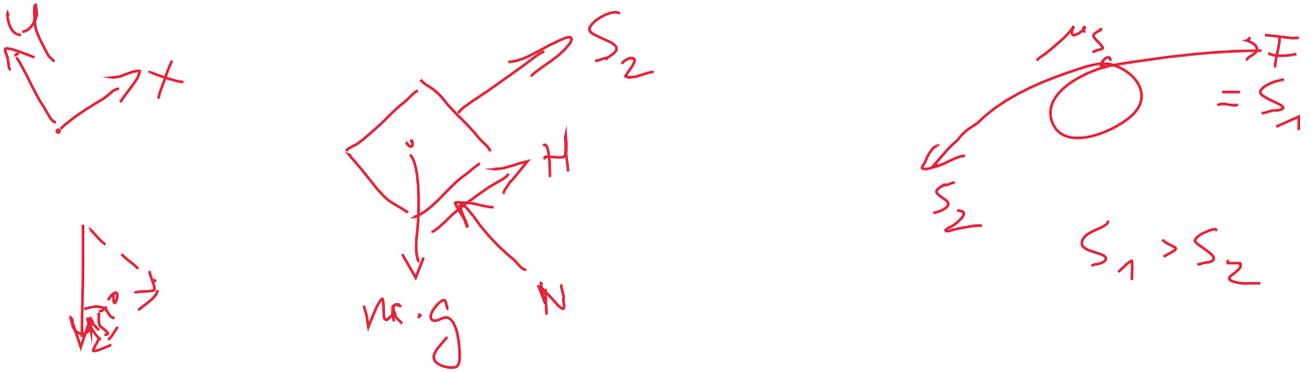
$\underbrace{\quad}_{360^\circ} \quad \underbrace{\quad}_{45^\circ}$

$\alpha = \frac{9}{4}\pi$ -----

Name: _____

Matrikel-Nr.: _____

Lösung b) Freikörperbild(er):



Lösung b) Gleichgewichtsbedingungen und Ergebnis:

$$\sum \bar{F}_x = S_2 + H - m \cdot g \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$\sum F_y = N - m \cdot g \cdot \sin 45^\circ = 0 \Leftrightarrow N = m g \sin 45^\circ$$

Hafreibung: $H \leq \mu_0 \cdot N = \mu_0 \cdot m g \cdot \sin 45^\circ$

Seilreibung:

$$S_2 = S_1 \cdot e^{\mu_s \cdot \alpha} = F \cdot e^{\mu_s \cdot \alpha}$$

$$\Rightarrow F \cdot e^{\mu_s \cdot \alpha} + \mu_0 \cdot m g \cdot \sin 45^\circ - m g \cos 45^\circ = 0$$

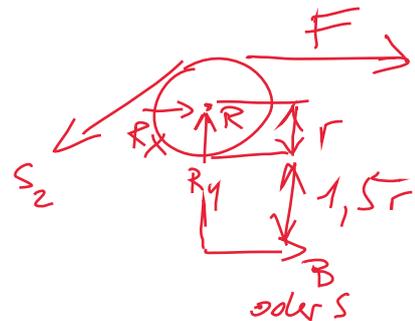
$$\Leftrightarrow F e^{\mu_s \alpha} = \frac{\sqrt{2}}{2} m g (-\mu_0 + 1) \Rightarrow F = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} m g (1 - \mu_0)}{e^{\mu_s \alpha}}$$

Lösung c):

$$\sum M_R = S_2 \cdot r - F \cdot r + B \cdot 2,5r = 0$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{F \cdot r - S_2 \cdot r}{2,5r} = \frac{2}{5}(F - S_2)$$

→ bekannte Größen einsetzen

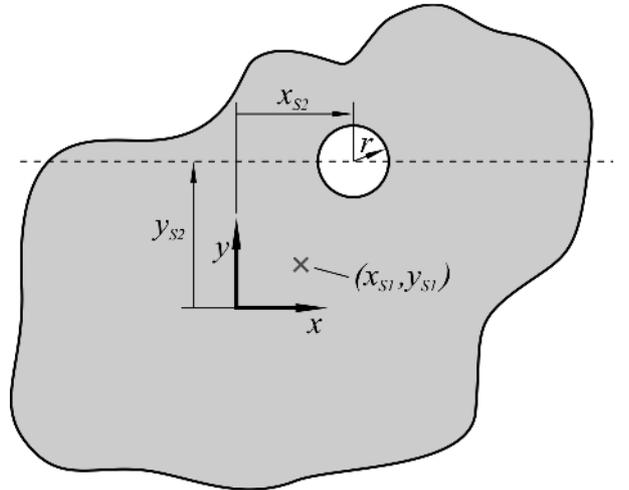


Name: _____

Matrikel-Nr.: _____

Aufgabe 6 (6 Punkte)

Die rechts dargestellte Fläche besitzt ohne die Kreisbohrung den Schwerpunkt (x_{S1}, y_{S1}) und den Flächeninhalt A_1 . Eine Kreisbohrung mit dem Radius r und den Koordinaten (x_{S2}, y_{S2}) des Mittelpunktes soll entlang der gestrichelten Linie in die Fläche eingebracht werden.



Berechnen Sie die Koordinate x_{S2} und den Radius r der Kreisbohrung, so dass der gesamte Flächenschwerpunkt (x_S, y_S) im Ursprung des x - y -Koordinatensystems liegt.

Gegeben: $x_{S1}, y_{S1}, A_1, y_{S2}, x_S=y_S=0$

Rechnung:

$$x_S = \frac{\sum_{i=1}^2 (A_i \cdot x_{S_i})}{\sum_{i=1}^2 A_i} = \frac{A_1 \cdot x_{S1} - A_2 \cdot x_{S2}}{A_1 - A_2} = \frac{A_1 \cdot x_{S1} - \pi r^2 \cdot x_{S2}}{A_1 - \pi r^2} = 0$$

$$y_S = \frac{\sum_{i=1}^2 (A_i \cdot y_{S_i})}{\sum_{i=1}^2 A_i} = \frac{A_1 \cdot y_{S1} - A_2 \cdot y_{S2}}{A_1 - A_2} = \frac{A_1 \cdot y_{S1} - \pi r^2 \cdot y_{S2}}{A_1 - \pi r^2} = 0$$

$$\Rightarrow A_1 x_{S1} - \pi r^2 x_{S2} = 0 \Leftrightarrow x_{S2} = \frac{A_1 x_{S1}}{\pi r^2}$$

$$\Rightarrow A_1 y_{S1} = \pi r^2 y_{S2} \Leftrightarrow y_{S2} = \frac{A_1 y_{S1}}{\pi r^2} \Leftrightarrow \pi r^2 = \frac{A_1 y_{S1}}{y_{S2}} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A_1 y_{S1}}{\pi y_{S2}}}$$

Ergebnisse: (1 Punkt):

$$x_{S2} = \frac{y_{S2}}{y_{S1}} \cdot x_{S1}, \quad r = \sqrt{\frac{A_1 y_{S1}}{\pi \cdot y_{S2}}}$$

$$x_{S2} = \frac{A_1 x_{S1}}{\pi \cdot \frac{A_1 y_{S1}}{\pi y_{S2}}} = x_{S1} \cdot \frac{y_{S2}}{y_{S1}}$$